

2018 年度 博士論文

高繰り返しパルス光源を用いた
連続変数エンタングルメントの研究
– Generation of strongly-correlated
continuous-variable entanglement using
high-repetition-rate pulsed laser –

学習院大学大学院 自然科学研究科
物理学専攻 博士後期課程
新城亜美

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.2	先行研究	3
1.2.1	直交位相振幅スクイズド光生成のこれまでの研究	3
1.2.2	直交位相振幅エンタングルメントによる EPR パラドックスと steering の実証の これまでの研究	5
1.3	本研究の特徴と本論文の流れ	7
第 2 章	理論 -非線形光学-	10
2.1	非線形光学	10
2.2	二次高調波の発生	13
2.3	位相整合	14
2.3.1	位相整合	14
2.3.2	擬似位相整合	15
2.4	パラメトリック増幅	16
2.4.1	縮退パラメトリック増幅	16
2.4.2	非縮退パラメトリック増幅	17
第 3 章	理論 -量子光学-	19
3.1	電磁場の量子化・直交位相振幅	19
3.1.1	電磁場の量子化	19
3.1.2	光子数状態	23
3.1.3	コヒーレント状態	24
3.1.4	スクイズド状態	27
3.2	直交位相振幅の検出	30
3.2.1	ホモダイン検出	31
3.2.2	ビームスプリッターを用いたロスモデル	32
3.3	エンタングルメント	33
3.3.1	エンタングルメント生成	34
3.4	EPR パラドックスと Steering の実証	36
3.4.1	EPR パラドックスと Steering	37
3.4.2	EPR-Reid 基準	39

第 4 章	ホモダイン検出器の作製	43
4.1	時間領域測定のためのホモダイン検出器	43
4.2	ホモダイン検出器の性能評価	46
4.2.1	周波数特性の評価の方法	46
4.2.2	時間領域測定での性能評価の方法	46
4.2.3	HD _A (Alice 側のホモダイン検出器) の周波数特性	48
4.2.4	HD _A (Alice 側のホモダイン検出器) の時間領域測定での特性	48
4.2.5	HD _B (Bob 側のホモダイン検出器) の周波数領域特性	49
4.2.6	HD _B (Bob 側のホモダイン検出器) の時間領域測定での特性	53
4.3	本章のまとめ	56
第 5 章	エンタングルメントの時間領域測定	57
5.1	実験手順	57
5.2	エンタングルメント測定の方法	59
5.3	得られたデータの解析方法	63
5.4	EPR-Reid 基準を満たすために行ったこと	64
5.4.1	光学系の改良	64
5.4.2	非線形光学結晶の温度依存・入射強度依存の再測定	66
5.4.3	導波路でのパラメトリック増幅の再測定	68
5.4.4	時間領域でのスクイーミング測定 (HBS なし)	69
5.5	時間領域でのエンタングルメント測定	73
5.5.1	LO の導波路を 2 本にした時の結果	73
5.5.2	LO の導波路を 1 本に戻した時の結果	74
5.5.3	結果のまとめ	75
5.6	光源のノイズ対策	76
5.7	ノイズ対策後のエンタングルメント測定	77
5.8	LO 光のパラメトリック利得と検出効率	80
5.9	EPR-Reid 基準を満たすエンタングルメント測定	83
5.9.1	エンタングルメント測定 -周波数領域-	83
5.9.2	エンタングルメント測定 -時間領域-	87
5.10	独立な測定が行えているかどうかの検証	89
5.10.1	重み付けなしでの解析	89
5.10.2	重み付けありでの解析	89
5.10.3	そのほかに行ったこと	94
5.10.4	結果のまとめ	100
5.11	本章のまとめ	100
第 6 章	まとめ・今後の展望	102
付録 A	時間解析プログラム	104
A.1	時間領域プログラム (重み付けなし)	104
A.2	時間領域プログラム (重み付けあり)	109

第 1 章

序論

1.1 研究背景

Einstein, Podolsky, Rosen の 3 人は 1935 年に “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?” [1] という題で、量子論による記述の完全さと局所实在論（古典論）の間の矛盾を指摘した。量子論では通常は、交換しない物理量について片方の物理量の知識を得ることはもう片方の物理量の知識を得ることを不可能にしてしまう。例えば位置と運動量は交換しない物理量であるため、位置と運動量の測定値を同時に得ることはできない（同時固有状態は存在しない）。しかしこの論文の中では、空間的に離された、位置が最大限に相関を持ち、運動量が最大限に反相関を持っている 2 つの量子的な粒子について考え、片方の位置の測定によってもう片方の位置を確実に推測することができ、また片方の運動量の測定によってもう片方の運動量を確実に推測できることから、位置と運動量の同時固有状態は存在しないということと矛盾が起き、量子論の記述は不完全であると結論づけた。ただし、EPR が疑問を呈したのは量子力学の完全さであり、量子力学が正確かどうかということではなかった [2]。EPR が思考実験で用いた状態は、2 つの量子系を A, B としそれぞれの位置演算子を \hat{x}_A, \hat{x}_B 、運動量演算子を \hat{p}_A, \hat{p}_B とすると、 $\hat{x}_A - \hat{x}_B$ と $\hat{p}_A + \hat{p}_B$ は交換する ($[\hat{x}_A - \hat{x}_B, \hat{p}_A + \hat{p}_B] = 0$) ので、 $\hat{x}_A - \hat{x}_B$ と $\hat{p}_A + \hat{p}_B$ は同時固有状態を持つ状態である [3]。

EPR の論文が出てからすぐに Bohr は [4] の中で、EPR によって定式化されたある種の「物理的实在性の基準」は、量子現象に適用された場合には本質的な曖昧さを含んでいると反論した [5]。同じ年に Schrödinger は [6] の中で、状態のもつれ合いが存在する場合、それは 2 つの系が以前に相互作用し、再び分離すると知識の絡み合いがしばしば起こると述べており、EPR が思考実験で用いた状態は “*verschränkten*”, すなわち $\psi_A\psi_B$ という形で分離して書くことができない状態であると述べた。“*verschränkten*” は英訳すると *entanglement* であり、[7] で初めてエンタングルメントという言葉が使われた。そして EPR による、量子論の完全さと局所实在論の間に矛盾があると指摘したこの議論をパラドックスと名付けた*¹。Schrödinger は同じく [7] の中で、“*It is rather discomfoting that the theory should allow a system to be steered or piloted into one or the other type of state at the experimenter’s mercy in spite of his having no access to it.*”（和訳：この理論が、彼が全く（その系に）アクセスしないにも関わらず、実験者の慈悲によって（彼の）系が 1 つの、もしくは他のタイプの状態に steered（操縦される）もしくは導かれることを許すであろうことはむしろ不快である。）と述べて、片方がエンタングルメントの測定基底を選ぶことによってもう片方の状態をそこにアクセスすることなく影響を与えるこ

*¹ EPR 自身はパラドックスとは呼んでいない。

とを steer する, そしてその影響を与える能力を steering と呼んだ [8].

このように EPR の論文は大きな影響を与えた. EPR は量子論の完全性と局所实在論の間に矛盾があると指摘したため, どちらかを放棄しなければならない. ここに決着をつけたのが Bell だった. Bell の不等式 [9] によって, 局所实在論を捨てない限り説明できない自然現象があると示し, 局所实在論の失敗を示した. そして Bell の不等式の破れの実験が Aspect らの光子の偏光状態を使ったもの [10] をはじめてとしていくつも行われている.

一方で Reid は EPR パラドックスの実証そのものに焦点を当てた. 局所实在論と量子論の完全性の議論においては Bell の理論の方が強いものの, EPR のアプローチは様々な物理系に適用できるからである*2[2]. Aspect らは光子の偏光状態を用いて EPR の思考実験を実現させている [10] が, Reid は光の非縮退パラメトリック増幅によってエンタングルメントを生成する直交位相振幅エンタングルメントを提案した [11]. これは光の電磁場の直交位相振幅を用いており, 直交位相振幅は連続スペクトルを持つ. EPR のもともとの論文では粒子の位置と運動量で, これらも連続スペクトルである. よって連続変数である光の電磁場の直交位相振幅エンタングルメントによって EPR パラドックスを実験的に実証することは, 元々の EPR の提案の直接的な実現であると言える. Reid は直交位相振幅エンタングルメントについて, EPR パラドックスが実証できる相関の強さの基準を提案した. これは EPR のオリジナルの提案を拡張し, 共役な物理量である直交位相振幅 \hat{X}, \hat{P} について, 片方の直交位相振幅の測定によってもう片方の直交位相振幅の推定を行うというものである. この推定の誤差が直交位相振幅の不確定性関係を破ると, EPR パラドックスの実証ができたとするものである. よって, \hat{X}, \hat{P} の不確定性関係を破るくらいのエンタングルメントの相関の強さの基準を EPR-Reid 基準と定めた.

さらに 2007 年には Wiseman によって, それまで厳密な定義のなかった steering の操作的な定義が提案された [8]. [8] によると steerable な状態 (steering が可能な状態) はエンタングルした状態の部分集合であり, Bell の不等式を破る状態は steerable な状態の部分集合である. また, EPR パラドックスが実証できる状態は steerable な状態の中の特別な場合 (2つの量子系について双方向に steering ができる) であるとした. よって, EPR-Reid 基準を満たすと EPR パラドックスの実証だけでなく steering もできたことになる.

直交位相振幅を用いた EPR-Reid 基準を満たす相関の強いエンタングルメントは EPR パラドックスの実証や steering の実証といった基礎物理において意味を持つだけでなく, エンタングルメントベースの量子鍵配送や量子コンピューティングなど量子情報通信への応用にも期待ができる. 本実験ではパルス光源を用いてエンタングルメント生成を行なっているが, パルス光源では1つのパルスで1つの直交位相振幅を読み出す測定ができるため, より量子情報通信への応用に有利である.

本研究ではパルス光源を用いて EPR パラドックスや steering の実証を行うことを目的とした. これまでには特定の周波数でエンタングルメントの測定を行い, 相関の強さを時間平均で測定する周波数領域測定で相関の強いエンタングルメントを生成することに成功していた [12] が, 本研究では EPR パラドックスと steering の実証の観点から, 1回1回の測定が独立である時間領域測定において相関の強いエンタングルメントの観測を行うことを目標とした.

*2 ほとんどの Bell の不等式の実験は離散変数の結果をもつ単一光子の実験であるが, EPR 実験では連続変数でもできる [2].

1.2 先行研究

本研究では直交位相振幅エンタングルメントを、直交位相振幅スクイーズド光を用いて生成している。そこで、直交位相振幅スクイーズド光と直交位相振幅エンタングルメントのこれまでにに行われてきた研究について、本研究との違いについて述べる。

1.2.1 直交位相振幅スクイーズド光生成のこれまでの研究

直交位相振幅スクイーズド光は、非線形光学媒質において非線形光学効果（パラメトリック増幅、カー効果、四光波混合など）によって生成され、直交位相振幅 \hat{X}, \hat{P} のうち片方のゆらぎを犠牲にしてもう片方のゆらぎを標準量子限界よりも圧搾させることができる。本研究では直交位相振幅スクイーズド光は連続変数エンタングルメントの生成のために使われているが、スクイーズド光そのものを用いた応用の研究も近年では盛んに行われている。例えば高いスクイージングレベルのスクイーズド光は量子雑音に敏感な重力波検出に不可欠なものになっており、最近では-15 dB のスクイージングが報告されている [13]。

世界で初めてスクイーズド光生成に成功したのは 1985 年の Slusher らで [14]、Na 原子を非線形光学媒質とし、光共振器中での四光波混合によって標準量子限界（ショットノイズ）に比べて-0.3 dB 量子雑音の分散を抑える（ショットノイズの分散に比べて 93 % の分散の大きさ）スクイージングに成功した。翌年の 1986 年にはバルクの MgO:LiNbO₃ 結晶を非線形光学媒質に用いた光共振器でパラメトリック下方変換によるスクイーズド光生成により、-3.9 dB のスクイージングの観測がなされた [15]。光共振器でパラメトリック下方変換を起こし、共振器の発振閾値下ではスクイーズド光が生成される。これを光パラメトリック共振器 (optical parametric oscillator; OPO) と呼んでいる。[14] でも [15] でも光源は連続光源を用いており、ホモダイン検出器を用いることでスクイージングの観測を行なっている。パルス光源でスクイーズド光の実験が初めて行われたのは 1987 年 [16] のことであった。それまで用いられてきた連続光源では、光共振器を組んでその中に非線形光学媒質を閉じ込めることで相互作用長を向上させることでスクイーズド光生成のために必要な大きさのパラメトリック利得を得ていた。しかし光共振器では共振器の共鳴幅によって生成されるスクイーズド光の周波数帯域幅に制限があり、広帯域なスクイーズド光生成はできない。共振器を使わない実験として光ファイバーを用いれば広い帯域幅のスクイーズド光生成が可能であるが、スクイーズド光生成に十分なパラメトリック利得を得るためには長いファイバーが必要になる。一方でパルス光源では高いピークパワーを持ち、それによって共振器を使わずにシングルパスで十分なパラメトリック利得が得られる。そのため、短い長さの非線形光学媒質でも十分なパラメトリック利得が得られるだけでなく、媒質を通ることによる線形損失が数パーセント未満にまで抑えられる。[16] ではバルクの KTP (KTiOPO₄) 結晶を用いてパラメトリック増幅 (optical parametric amplification; OPA) によって 0.6 dB のスクイージングを観測している。また、1992 年にはパルス光源とバルク型 KNbO₃ (KN) 結晶を用いた OPA によって 100 kHz から 80 MHz までの広帯域なスクイーズド光の生成・観測に成功している [17]。光ファイバーの $\chi^{(3)}$ 非線形性（カー効果）を用いた実験は 1991 年に報告されており、50 m の光ファイバーを用いて 5 dB のスクイージングを観測した [18]。ただし [18] では最大でも 85 kHz までの低い帯域での観測を行なっている。なぜならば guided-acoustic-wave Brillouin scattering (GAWBS) として知られる熱励起による誘導音響モードの前方散乱によるノイズが約 10 MHz から 10 GHz の範囲で発生し、これらの周波数でのスクイージングの観測に大きな影響を与えるためである。

これまでの報告からパルス光源を用いてスクイーズド光生成をすると、広帯域な上に GAWBS の影響

も受けないため、メリットが多いように見えるが、パルス光源ならではの難しさがある。それは非線形媒質中でポンプ場と信号場と一緒に伝播すると、gain-induced diffraction (GID) 現象のためにビームの空間プロファイルが歪んでしまい、LO 光とスキューズド光の間の空間プロファイルが一致しないためである。空間モードミスマッチを避けるために [19] では、OPA でスキューズド光生成されるときと一緒に生成した光を LO 光として用いることでスキューズド光と LO 光の空間プロファイルを整合させ、これによって -5.8 dB という高いスキューズングレベルの観測に成功した。GID を避けるために光導波路を非線形媒質として使うことが提案され、導波路を使った初めてのスキューズングの実験は 1995 年に行われた [20]。この論文では KTP 導波路を用いてスキューズド光生成を行い、-0.6 dB のスキューズングの観測に成功している。近年では導波路とファイバーを繋いだスキューズングの実験 [21] や連続光源と導波路光共振器を用いたスキューズングの実験 [22] が行われており、導波路は集積可能で本質的に安定であり、コンパクトで効率的なデバイスとして期待されている。

一方でパルス光源を用いたスキューズド光生成には、空間モードマッチの問題が導波路を使うことで解決できたとしても、時間的モードの不一致の問題がある。時間モードミスマッチは、LO 光の裾の部分とスキューズド光の弱いスキューズングレベルの部分（裾の部分）が重なり合うために検出可能なスキューズングレベルの減少を引き起こす。この問題を回避するために [20] では LO 光よりスキューズドパルスの方が時間的に広いようにすることで、スキューズングのピークと LO パルス全体を重ね合わせることを行っている。[20] より前の 1992 年には、OPA で LO 光のパルス時間幅を短くするパルスシェイプによって時間モードミスマッチを改善させる手法が行われた [23]。パルスシェイプによってモードマッチ効率が向上していることが報告されている。2011 年には本研究室にて行われた、導波路によるスキューズド光生成と OPA による LO 光のパルスシェイプによって -4.1 dB のスキューズングが達成された [24]。また、本研究と同じ波長である 1064 nm の光源を用いた実験では -5.0 dB のスキューズングが達成されており [25]、パルス光源を用いたスキューズングでは世界最高の記録である。

ここまででは全て周波数領域測定でのスキューズングの研究について述べてきた。しかし本研究では周波数領域測定だけでなく時間領域でのスキューズング測定も行なっているので、最後にスキューズングの時間領域測定の先行研究について紹介する。

時間領域測定で最初にスキューズングを観測したのは 1993 年であった [26]。この論文では OPA でスキューズド光を生成し、パルス列をホモダイン検出器で取り込み、各パルスごとに時間積分を行なって直交位相振幅値を得て確率分布を作っている。スキューズド光の観測にも成功しており、ショットノイズの分散に比べてスキューズドした場の分散が 25 % (-1.2 dB) 小さくなっていることを確認している。2004 年には 150 fs の時間幅の超短パルスレーザーを用いて OPA によるスキューズド光の時間領域測定を行なっている [27]。この論文では -1.87 dB のスキューズングの測定に成功している。しかし [27] で用いている光源の繰り返し周波数は 790 kHz であり、量子情報通信への応用を考えるとさらに高繰り返しのパルス光源を用いることが望ましい。

高繰り返しパルス光源を用いたスキューズングの時間領域測定は以前にも本研究室で行われてきた。2008 年には 76 MHz の高繰り返しパルス光源と導波路を用いてスキューズド光を生成し、7600 個のパルス列の取り込みを行なってスキューズング、アンチスキューズング、ショットノイズの直交位相振幅の分散を測定し、ショットノイズに比べて -2.3 dB のスキューズングを観測している [28]。

スキューズングやエンタングルメントの時間領域測定には、繰り返し周波数の 2 倍以上の帯域を持つ広帯域な、そして高速応答するホモダイン検出器が必要になる。また、スキューズド光も広帯域である必要があるが、パルス光によってシングルパスで生成したスキューズド光の帯域は非線形光学結晶の位相整合帯域で制限されるが、これは通常 THz の幅である [29] ため、パルスを用いた広帯域スキューズド光の観

測を実現するためにはホモダイン検出器の帯域を広げれば良いということである。本研究ではさらに繰り返し周波数の高い 86.6 MHz のパルス光源を用いている。そのため高速応答する広帯域なホモダイン検出器が必要になるため、高速応答するフォトダイオードと高速で広帯域のオペアンプを用いた自作のホモダイン検出器を用いて、スクイズド光やエンタングルメントの時間領域測定を行なった。

1.2.2 直交位相振幅エンタングルメントによる EPR パラドックスと steering の実証のこれまでの研究

EPR パラドックスそのものに注目し、EPR パラドックスを実験で実際に行うために Reid は非縮退パラメトリック増幅によって 2 モードスクイズド状態を作り、直交位相振幅エンタングルメントを生成させることを提案した [11]。また、Reid は [11] の中で直交位相振幅 \hat{X}, \hat{P} の相関の強さが \hat{X}, \hat{P} の不確定性関係を破ることで EPR パラドックスの実証ができると示した。これがいわゆる直交位相振幅エンタングルメントの相関の基準である EPR-Reid 基準である。EPR-Reid 基準では直交位相振幅 \hat{X}, \hat{P} を生成消滅演算子を用いて $\hat{X} = \hat{a}^\dagger + \hat{a}, \hat{P} = i(\hat{a}^\dagger - \hat{a})$ とし、 \hat{X} と \hat{P} の不確定性関係が 1 以上である*³ことから、エンタングルメントを 2 手に分けて $\hat{X}_A, \hat{X}_B, \hat{P}_A, \hat{P}_B$ とし、 \hat{X}_A が測定によって決まった時の \hat{X}_B の条件付き分散と \hat{P}_A が決まった時の \hat{P}_B の条件付き分散の積が 1 を下回れば EPR パラドックスの実証ができるとした。

1992 年に Ou らによって初めて EPR パラドックスの実証が行われて以来 [30]、いくつもの EPR パラドックスの実証実験が行われてきた。それらを表 1.1 にまとめる。1992 年の初めての実験 [30] では Type-II 位相整合のバルク型 KTP 結晶を用いた OPO によって非縮退パラメトリック増幅を起こし、条件付き分散の積 (EPR-Reid value とこの先呼んでいく) が 0.70 という結果を得た。2003 年には Bowen らによって非縮退パラメトリック増幅ではなく縮退パラメトリック増幅を OPO によって起こすことでシングルモードスクイズド光を得て、これを 2 つ重ね合わせることでエンタングルメント生成を行う実験がなされた [33]。この実験では EPR-Reid value は 0.58 であった。また、[33] では EPR パラドックスの実証が可能なエンタングルメントの相関の基準である EPR-Reid 基準と、状態がエンタングルしているかどうかのみを判断する基準である不可分性基準の定性的・定量的な違いを実験で実証した。実験ではエンタングルしたビームに損失を導入し、損失によるデコヒーレンスの効果について検証している。これによって、損失が 50 % を超えると EPR-Reid 基準を満たすエンタングルメントが実現できないのに対し、不可分性については損失がどんなに大きくても満たされることを示した。さらに同じ Bowen らは 2004 年にも [33] の結果とさらなる実験結果を発表しており [34]、[34] の中ではエンタングルメントの特徴づけのために、エンタングルしたビームのコヒーレント振幅と、各変数 ($\hat{X}_A, \hat{X}_B, \hat{P}_A, \hat{P}_B$) 間の相関関係を含む共分散行列を導入した。

表 1.1 を見ても分かる通り、現在までに報告されている連続変数エンタングルメントの実験では連続光源を用い、OPO でスクイズド光生成を行なって周波数領域測定で EPR-Reid 基準を満たしている実験が多い。OPO は共振器を用いていることから非線形相互作用の際の相互作用長が長いために、高い利得のスクイズド光を得やすいという利点がある。それゆえに連続光源で OPO を用いた実験では相関の強いエンタングルメントの観測に有利であり、実際に 2013 年には EPR-Reid value が 0.041 という 1 に比べてかなり小さな値を得ている。それ以外にも、2007 年に Wiseman によって steering の操作的な定義 [8] が与えられて以降は、直交位相振幅エンタングルメントで steering を行う実験も報告されてきていた

*³ $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ から導ける。

り [42, 45], エンタングルメントベースの量子鍵配送に OPO で生成した直交位相振幅エンタングルメントが使われていたり [53] と, 連続光源を用いた OPO の実験が盛んに行われている. しかし連続光源を用いた OPO の実験では, スクイズド光の実験の節でも述べたが共振器の帯域に制限されてしまうため, 広帯域なスクイズド光生成には不利である. ただし, 2016 年にはモノリシックな共振器 (共振器長 2.6 mm) を用いることで GHz 帯域のスクイズド光とエンタングルメントの生成に成功しているため, 共振器を用いた実験でも広帯域なエンタングルメント生成が可能になってきている. また, ここ 10 年ほどで連続光源を用いた OPO の実験でも時間領域測定の実験が行われるようになってきた. [37] では 5 MHz 以下の帯域の信号をサンプリングし, サンプリングされたデータを $0.2 \mu\text{s}$ ごとに区切り, 平均値を求めることで直交位相振幅の読み出しを行い, EPR-Reid 基準を満たすエンタングルメントの測定に成功している. [41] では信号を 5 MHz でミックスダウンし, 35 kHz のローパスフィルターを通して出力したものを 500 kHz のサンプリングレートで取り込み, EPR-Reid value が 0.502 という実験結果を得ている.

しかし, EPR パラドックスや steering の実証という観点から見ると, 連続光源を用いた時間領域測定では隣り合う測定との間に相関を残してしまうというのは望ましいこととは言えない. さらに量子情報通信への応用の観点から考えても, 前後の測定の間に関係が残ってしまう例えば量子鍵配送で考えれば, 一部の鍵を盗聴された時に他の鍵も推測されやすくなってしまい, 危険である. 連続光源で個々の測定を行うためには重み付け関数をかけてから解析をする必要があり, 重み付けを行なった上では独立な測定を行うことができている [51]. 一方でパルス光源は 1 つ 1 つのパルスが独立したモードを持っているため, 前後のパルス間に相関は持たない. そのため, 1 つ 1 つのパルスを独立に測定できる高速で広帯域な検出器さえあれば, 重み付けをせずとも 1 回 1 回独立したエンタングルメント測定が行える. これは EPR パラドックスや steering の実証においても, 量子情報通信への応用においても必要なことである. パルス光源を用いた実験で初めて EPR パラドックスの実証が行われたのは 2001 年で, 光ファイバーの 3 次の非線形光学効果である Kerr 効果を用いたもので, ホモダイン検出器を使わない間接的な測定で EPR-Reid value 0.64 という結果を得ている [31]. パルス光を用いた時間領域測定の実験は 2005 年に初めて行われた [35]. それ以降も本研究室でも導波路の single-pass OPA によって直交位相振幅エンタングルメントの時間領域測定が行われている [39, 49] が, いずれも EPR-Reid 基準を満たすまでには至っていない.

年	Ref.	物理系	光源	非線形相互作用の方法	EPR-Reid value	測定方法
1992	[30]	CW	Bulk cavity	OPO	0.70	Frequency
2001	[31]	Pulse	Optical fiber	Kerr nonlinearity	0.64	Frequency
2002	[32]	CW	Bulk cavity	OPO	0.65	Frequency
2003	[33]	CW	Bulk cavity	OPO	0.58	Frequency
2004	[34]	CW	Bulk cavity	OPO	0.58	Frequency
2005	[35]	Pulse	Bulk	Single-pass OPA	EPR-Reid: × (-1.5 dB)	Time
2005	[36]	CW	Bulk cavity	OPO	0.42	Frequency
2006	[37]	CW	Bulk cavity	OPO	(0.79)	Time
2007	[38]	Pulse	Waveguide	Single-pass OPA	EPR-Reid: × (1.6)	Frequency
2009	[39]	Pulse	Waveguide	Single-pass OPA	EPR-Reid: × (1.6)	Time
2010	[40]	CW	Bulk cavity	OPO	(1.00)	Frequency
2011	[41]	CW	Bulk cavity	OPO	Freq.:0.04 Time:0.502	Frequency & Time
2012	[42]	CW	Bulk cavity	OPO	0.908	Frequency
2013	[43]	CW	Bulk cavity	OPO	0.0309	Time
2013	[44]	CW	Bulk cavity	OPO	0.31	Time
2013	[45]	CW	Bulk cavity	OPO	0.041	Frequency
2013	[46]	CW	Bulk cavity	OPO	(0.4)	Time
2015	[47]	CW	Bulk cavity	OPO	0.042	Frequency
2015	[48]		Rb BEC	Spin-changing collision	0.18	
2015	[49]	Pulse	Waveguide	Single-pass OPA	EPR-Reid: × 1.59(Freq.), 1.68 (Time)	Frequency & Time
2016	[50]	CW	Bulk cavity	OPO	0.9	Frequency
2016	[51]	CW	Bulk cavity	OPO	(0.6)	Frequency
2016	[52]		cold 87 Rb atoms	Four-wave mixing	0.00208	

表 1.1: EPR パラドックスと steering の実証という観点で見た、過去の連続変数エンタングルメントの研究のまとめ。

1.3 本研究の特徴と本論文の流れ

本研究の特徴は、パルス光源と導波路を用いて直交位相振幅スクイーズド光を生成し、重ね合わせることで直交位相振幅エンタングルメントを生成し、自作の高速で広帯域なホモダイナ検出器を用いて時間領域測定を行なっていることである。パルス光源ならではの難しさである LO 光とエンタングルメントの間

の時間的なモードミスマッチに関しては、LO 光のパルス時間幅をパラメトリック増幅によって行うパルスシェイプ [24] を採用している。以下に本研究の特徴について述べる。

- 光源にパルス光を用いていること
 - 1つ1つのパルスは独立したモードであるため、個々のパルスに情報を載せるなど量子情報通信への応用が有利である。
 - EPR パラドックスや steering の実証では原理的に1回1回の測定が独立であることを前提としていると考えられることから、個々の測定が独立しているパルス光源は EPR パラドックスや steering の実証に対して有利である。
- 導波路を用いてスクイズド光生成を行うこと
 - バルク型の非線形光学結晶だと GID によってスクイズド光生成の際にスクイズド光の空間プロファイルが悪くなってしまうが、導波路では空間モードは導波路自身によって定義されるため [20]、これを避けることができる。
 - パルス光と併用することでパルスの高いピークパワーと導波路の強い閉じ込めによってシングルパスでも十分に高い非線形性を得られることから、広帯域なスクイズド光生成が行える。
- LO 光のパルスシェイプを行なっていること
 - パルス光源を用いた実験では、スクイズしたパルスはピークの部分は高いスクイージングレベルであるのに対し、裾の部分はあまりスクイズされていない。そのようなパルスに LO 光のパルスを重ね合わせると、スクイズしたパルスのあまりスクイズされていない裾の部分と LO 光のパルスが重なり合って、検出されるスクイージングレベルが下がってしまうという時間モードミスマッチが起こる。これを解決するために、[23, 24] で行われている LO 光のパルス時間幅をパラメトリック増幅によって短くするパルスシェイプを行い、スクイズしたパルスのピークに LO 光のパルスが来るようにしている。
- 自作のホモダイン検出器を用いていること
 - パルス光源で時間領域測定を行うためには、光源の繰り返し周波数の2倍以上の帯域を持つ広帯域なホモダイン検出器を用いる必要がある。また、ホモダイン検出に使うフォトダイオードも高速応答するものでなくてはならない。本研究で用いている光源は繰り返し 86.6 MHz であり、この2倍以上の帯域を持つホモダイン検出器は市販されていない。そこで本研究では [28] で用いられている検出器の回路図を参考に、市販されている高速・広帯域なオペアンプと高速応答するフォトダイオードを用いてホモダイン検出器を自作し、エンタングルメントやスクイージングの測定に使っている。

そして今回の研究の目標は、直交位相振幅エンタングルメントの観測では時間領域測定を行い、独立な測定で EPR パラドックスや steering の実証を行うことである。これを達成するために以下のアプローチを行った。

- ホモダイン検出器の改良
 - 1つのパルスで1つの直交位相振幅値を読み出すために行う時間領域測定では、高速応答するフォトダイオードを用いたホモダイン検出器が必要である。そのためにホモダイン検出器のフォトダイオードを周波数領域測定のみを行っていた時に用いていたものから変更した。
- 光学系の改良
 - 光学系の中にあるミラーなどの光学素子は、少しの損失であってもエンタングルメントの検

出効率に大きく影響を及ぼしてしまう。そのため、エンタングルメント生成後の光学系にはより反射率の高いミラーを用い、LO光との空間モードマッチ (visibility) を改善した。さらに、visibility を上げるためにエンタングルメントとLO光の空間モードを合わせる方法を改良した。

- 独立な測定の検証

- パルス光源自体は個々のパルスが独立しているが、検出器が1つ1つのパルスを独立に測定できなければ、エンタングルメントの独立な測定は行えない。そのため、検出器を作成した際に n 番目と $n + m$ 番目のパルス間の相関を $|m| \leq 5$ の範囲で計算し、検出器自身が独立な測定を行えるか確認した。さらに、独立な測定を行うための工夫として重み付けをした上での解析も行い、重み付けしない時と比べて変化があるかどうかを確かめた。

本論文の構成は以下の通りである。第2章、第3章では本研究を理解する上で必要な理論について解説している。第2章では非線形光学現象について、二次高調波発生とパラメトリック増幅について説明する。第3章では量子光学について、直交位相振幅が電磁場の量子化によって生成消滅演算子で定義されることや、コヒーレント状態・スクイーズド状態がどのような状態なのかについて述べる。さらにホモダイン検出器の基本的な仕組みについて述べて直交位相振幅の検出方法について述べた後、本研究で行なっている連続変数エンタングルメントについて述べる。ここではエンタングルメントの定義やエンタングルメントの生成方法、そしてEPRパラドックスとsteeringがどういうものかについてと、EPRパラドックスとsteeringの実証のための相関の基準であるEPR-Reid基準について述べる。

第4章、第5章では詳しい実験の話に入る。第4章では本研究で用いた自作のホモダイン検出器について、回路図や性能評価について、また時間領域測定の測定方法と解析方法について述べる。第5章ではエンタングルメントの測定について、まず実験手順を述べてからエンタングルメント測定の方法と、データの解析方法について述べる。その後今回達成したEPR-Reid基準を満たすエンタングルメント生成のために行なったことについて述べる。ここでは光学系を1から見直し、光軸調整の方法や導波路の位相整合が正しく行われているかの再検証を行なった。そして本研究で用いたレーザーにノイズが乗っているという問題が発覚したため、ノイズ対策を行なったことについて述べる。ノイズ対策前と対策後のエンタングルメント測定結果について比較を行なった。そしてEPR-Reid基準を達成したエンタングルメントの時間領域測定・周波数領域測定の結果を紹介し、独立な測定が行えているかどうかの検証も行ったのでそれについて述べる。

最後に第6章でまとめと今後の展望について述べる。

第2章

理論 -非線形光学-

本実験ではスクイズド光生成にパラメトリック増幅を用いている。本章では、パラメトリック増幅についてや、パラメトリック増幅の際に必要なポンプ光を得るために用いた二次高調波発生について述べる。

2.1 非線形光学

通常の電磁気学では、誘電体に電場が入射すると分極を起こす。そのときの電気分極 P は

$$P = \varepsilon_0 \chi E \quad (2.1)$$

と表され、感受率 ε_0 は定数と考える。このように外部から入射した電場に対して物質の応答 (ここでは電気分極) が比例している場合、これを線形応答という。一方、レーザーのような強いエネルギーの光を用いると、線形分極だけでなく電場の2次、3次に比例する非線形分極が起こる。このときの分極 P は

$$\begin{aligned} P &= P^L + P^{NL} \\ &= \varepsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi^{(2)} : \mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \end{aligned} \quad (2.2)$$

と書く。ここで、2行目の第一項が線形分極 P^L で、書き下すと

$$\begin{pmatrix} P_x^L \\ P_y^L \\ P_z^L \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{xx}^{(1)} & \chi_{xy}^{(1)} & \chi_{xz}^{(1)} \\ \chi_{yx}^{(1)} & \chi_{yy}^{(1)} & \chi_{yz}^{(1)} \\ \chi_{zx}^{(1)} & \chi_{zy}^{(1)} & \chi_{zz}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

となり、第二項は非線形分極 P^{NL} で、書き下すと

$$\begin{pmatrix} P_x^{NL} \\ P_y^{NL} \\ P_z^{NL} \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{xxx}^{(2)} & \chi_{xyy}^{(2)} & \chi_{xzz}^{(2)} & \chi_{xyz}^{(2)} & \chi_{xzy}^{(2)} & \chi_{xxz}^{(2)} & \chi_{xxz}^{(2)} & \chi_{xxy}^{(2)} & \chi_{xyx}^{(2)} \\ \chi_{yxx}^{(2)} & \chi_{yyy}^{(2)} & \chi_{yzz}^{(2)} & \chi_{yyz}^{(2)} & \chi_{yyz}^{(2)} & \chi_{yyx}^{(2)} & \chi_{yyx}^{(2)} & \chi_{yyz}^{(2)} & \chi_{yyx}^{(2)} \\ \chi_{zxx}^{(2)} & \chi_{zxy}^{(2)} & \chi_{zzz}^{(2)} & \chi_{zzy}^{(2)} & \chi_{zzy}^{(2)} & \chi_{zzx}^{(2)} & \chi_{zzx}^{(2)} & \chi_{zzy}^{(2)} & \chi_{zzy}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x E_x \\ E_y E_y \\ E_z E_z \\ E_y E_z \\ E_y E_z \\ E_z E_y \\ E_z E_y \\ E_x E_x \\ E_x E_x \\ E_x E_y \\ E_y E_x \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

となる。ここで出てきた $\chi^{(1)}$ は線形感受率で、2階のテンソルである。 $\chi^{(2)}$ は2次の非線形感受率で、3階のテンソルである。式2.4から、非線形分極の i 成分は

$$(\mathbf{P}^{NL})_i = \sum_{j,k=x,y,z} 2\varepsilon_0 d_{ijk}^{(2)} E_j E_k \quad (2.5)$$

と表す。

ここで、Maxwell 方程式

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (2.6)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.7)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (2.8)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2.9)$$

と、関係式 $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$, $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ を用いて電磁波の波動方程式を求める。ここでは電荷 ρ と磁化 \mathbf{M} は存在しないとして、式(2.9)の第2式のローテーションをとり、第4式を代入して $\operatorname{div} \mathbf{D} = 0$, $\operatorname{div} \mathbf{P} = 0$ を用いると電磁波の波動方程式(2.13)を導くことが出来る。^{*1}

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.10)$$

この微分方程式を、 z 方向に伝播する角周波数 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ の電磁波

$$E_i^{(\omega_1)}(z, t) = \frac{1}{2} \left[E_{1i}(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + E_{1i}^*(z) e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)} \right] \quad (2.11)$$

$$E_j^{(\omega_2)}(z, t) = \frac{1}{2} \left[E_{2j}(z) e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + E_{2j}^*(z) e^{-i(\omega_2 t - k_2 z)} \right] \quad (2.12)$$

$$E_k^{(\omega_3)}(z, t) = \frac{1}{2} \left[E_{3k}(z) e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} + E_{3k}^*(z) e^{-i(\omega_3 t - k_3 z)} \right] \quad (2.13)$$

について考える。ここで $i, j, k = x$ もしくは y で、 $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ のときを考える。まず、角周波数 $\omega_1 (= \omega_3 - \omega_2)$ の非線形分極は

$$\begin{aligned} (P^{NL}(z, t))_i^{(\omega_1)} &= 2\varepsilon_0 d_{ijk}^{(2)} E_j^{(\omega_2)} E_k^{(\omega_3)} \\ &= 2\varepsilon_0 d_{ijk}^{(2)} \cdot \frac{1}{2} \left[E_{2j}(z) e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + E_{2j}^*(z) e^{-i(\omega_2 t - k_2 z)} \right] \\ &\quad \cdot \frac{1}{2} \left[E_{3k}(z) e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} + E_{3k}^*(z) e^{-i(\omega_3 t - k_3 z)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 d_{ijk}^{(2)} E_{2j}^*(z) E_{3k}(z) e^{i(\omega_3 - \omega_2)t - i(k_3 - k_2)z} + c.c. \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 d_{ijk}^{(2)} E_{2j}^*(z) E_{3k}(z) e^{i\omega_1 t - i(k_3 - k_2)z} + c.c. \end{aligned} \quad (2.14)$$

となる。次に、角振動数 ω_1 の電場について、式2.13の左辺を考えると、

$$\begin{aligned} \nabla^2 E_i^{(\omega_1)}(z, t) &= \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_i^{(\omega_1)}(z, t) \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left\{ E_{1i}(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. \right\} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 E_{1i}}{\partial z^2} - 2ik_1 \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} - k_1^2 E_{1i} \right) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. \end{aligned} \quad (2.15)$$

^{*1} ベクトルの公式 $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ を用いる。また、 $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \chi_e)$ も用いた。

を得る。ここで、振幅が波長に比べてゆっくり変化する包絡線近似

$$\left| \frac{\partial^2 E_{1i}}{\partial z^2} \right| \ll k_1 \left| \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} \right| = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left| \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} \right| \quad (2.16)$$

を用いる（波長を λ_1 とし、 $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}$ の関係を使った）と、 z の2階微分の項は無視して良いとなる。よって式 2.15 は

$$\nabla^2 E_{1i}^{(\omega_1)}(z, t) = \frac{1}{2} \left[-k_1^2 E_{1i}(z) - 2ik_1 \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} \right] e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. \quad (2.17)$$

となる。これを式 2.10 に代入し、右辺第1項と第3項も書き下すと

$$\begin{aligned} - \left(\frac{k_1^2}{2} E_{1i}(z) + ik_1 \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} \right) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. &= [\mu_0 \varepsilon (-\omega_1^2) + i\omega_1 \mu_0 \sigma_1] \left[\frac{1}{2} E_{1i}(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. \right] \\ &+ \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{P}^{NL}(z, t))^{(\omega_1)} \end{aligned} \quad (2.18)$$

となり、

$$\left(ik_1 \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} \right) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. = i \frac{\omega_1 \mu_0 \sigma_1}{2} E_{1i}(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{P}^{NL}(z, t))^{(\omega_1)} \quad (2.19)$$

が得られる。入射光が定常だと時間変化がないため、時間微分は0としてよい。ここで、 σ には周波数依存性があるため、 ω_1 での σ は σ_1 とした、また、 $k_1 = \omega_1 \sqrt{\mu_0 \varepsilon}$ を使った。式 2.19 に式 2.14 を代入して計算すると、

$$\begin{aligned} \left(ik_1 \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} \right) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. &= i \frac{\omega_1 \mu_0 \sigma_1}{2} E_{1i}(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. \\ &- \frac{-\omega_1^2 \mu_0 \varepsilon_0}{2} d_{ijk}^{(2)} E_{2j}^*(z) E_{3k}(z) e^{i\omega_1 t - i(k_3 - k_2)z} + c.c. \end{aligned} \quad (2.20)$$

が得られる。この式が恒等的に成り立つためには、両辺の $e^{i\omega_1 t}$ の係数が0になれば良いので、

$$\begin{aligned} -ik_1 \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} e^{-ik_1 z} &= \frac{i\omega_1 \mu_0 \sigma_1}{2} E_{1i} e^{-ik_1 z} - \frac{\mu_0 \varepsilon_0 \omega_1^2}{2} d_{ijk}^{(2)} E_{2j}^*(z) E_{3k}(z) e^{-i(k_2 - k_1)z} \\ \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} &= -\frac{\omega_1 \mu_0 \sigma_1}{2k_1} E_{1i} - \frac{i \varepsilon_0 \mu_0 \omega_1^2}{2 k_1} d_{ijk}^{(2)} E_{2j}^* E_{3k} e^{i(k_1 - k_3 + k_2)z} \\ \sqrt{\frac{n_1}{\omega_1}} \frac{\partial E_{1i}}{\partial z} &= -\frac{\sigma_1 \omega_1 \mu_0}{2 k_1} \sqrt{\frac{n_1}{\omega_1}} E_{1i} - i \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \mu_0 \omega_1^2}{k_1} d_{ijk}^{(2)} \sqrt{\frac{n_1 \omega_2 \omega_3}{\omega_1 n_2 n_3}} \cdot \sqrt{\frac{n_2}{\omega_2}} E_{2j}^* \sqrt{\frac{n_3}{\omega_3}} E_{3k} e^{i(k_1 + k_2 - k_3)z} \end{aligned} \quad (2.21)$$

が成り立つ。ここで、係数をわかりやすくするため、

$$\begin{aligned} A_l &\equiv \sqrt{\frac{n_l}{\omega_l}} E_l \\ \alpha_l &\equiv \sigma_l \frac{\omega_l \mu_0}{k_l} = \sigma_l \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_l}} \\ \Delta k &= k_3 - k_1 - k_2 \\ \beta &\equiv \frac{d_{ijk}^{(2)}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_0 \mu_0 \omega_1^2}{k_1} \sqrt{\frac{n_1 \omega_2 \omega_3}{\omega_1 n_2 n_3}} \\ &= \frac{d_{ijk}^{(2)}}{2} \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{n_1 n_2 n_3}} \end{aligned}$$

を使うと、式 2.21 は

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha_1}{2}A_1 - i\beta A_2^* A_3 e^{-i\Delta kz} \quad (2.22)$$

とできる。同様に、 ω_2, ω_3 について

$$\frac{dA_2}{dz} = -\frac{\alpha_2}{2}A_2 - i\beta A_1^* A_3 e^{-i\Delta kz} \quad (2.23)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -\frac{\alpha_3}{2}A_3 - i\beta A_1 A_2 e^{i\Delta kz} \quad (2.24)$$

が得られる。

2.2 二次高調波の発生

ここで、 $\omega_1 = \omega_2$ のとき（つまり、 $2\omega_1 = \omega_3$ ）、式 2.22, 2.24 は

$$\frac{dA_1}{dz} = -i\beta A_1^* A_3 e^{-i\Delta kz} \quad (2.25)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -i\beta A_1^2 e^{i\Delta kz} \quad (2.26)$$

となる。この時、 $\omega_1 = \omega_2$ なので $A_1 = A_2$ となり、 $\sigma_l = 0$ とした。この微分方程式を解くために、 $\frac{d}{dz}(|A_1|^2 + |A_3|^2)$ を考える。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}(|A_1|^2 + |A_3|^2) &= \frac{d}{dz}(A_1^* A_1 + A_3^* A_3) \\ &= \frac{dA_1^*}{dz} A_1 + A_1^* \frac{dA_1}{dz} + \frac{dA_3^*}{dz} A_3 + A_3^* \frac{dA_3}{dz} \\ &= i\beta A_1 A_3^* e^{i\Delta kz} A_1 + A_1^* (-i\beta) A_1^* A_3 e^{-i\Delta kz} + i\beta A_1^2 e^{-i\Delta kz} A_3 + A_3^* (-i\beta) A_1^2 e^{i\Delta kz} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

となるので、この微分方程式から

$$|A_1(z)|^2 + |A_3(z)|^2 = |A_1(0)|^2 + |A_3(0)|^2 \quad (2.28)$$

が成り立つことがわかる（ z は非線形光学結晶の結晶長を表す）。この式は基本波と二次高調波の間のエネルギー保存則を表している。

$z = 0$ では二時高調波が発生せず（ $A_3(0) = 0$ ）、 $|A_3| \ll |A_1|$ 、 $A_1 \approx \text{const.}$ という近似が成り立つとき、

$$A_3(z) = -\beta A_1^2 \frac{1}{\Delta k} (e^{i\Delta kz} - 1) \quad (2.29)$$

となる。実際に出力される光の強度は $A_3(z)$ の絶対値の 2 乗になるため、

$$\begin{aligned} |A_3(z)|^2 &= \beta^2 |A_1^2|^2 \frac{1}{(\Delta k)^2} (e^{i\Delta kz} - 1)(e^{-i\Delta kz} - 1) \\ &= \beta^2 |A_1^2|^2 \frac{1}{(\Delta k)^2} \left(\exp\left[\frac{i\Delta kz}{2}\right] - \exp\left[-\frac{i\Delta kz}{2}\right] \right)^2 \\ &= \beta^2 |A_1^2|^2 \frac{1}{(\Delta k)^2} \left\{ \sin\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) \right\}^2 \\ &= \beta^2 |A_1|^4 z^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta k}{2} z\right)}{\left(\frac{\Delta k}{2} z\right)^2} \end{aligned} \quad (2.30)$$

となる。 $\Delta k = 0$ となる時は位相整合が満たされている時で、この時は式 2.30 が

$$|A_3(z)|^2 = \beta^2 |A_1|^4 z^2 \quad (2.31)$$

となり、 $|A_3(z)|$ は結晶長の 2 乗に比例する関数となる。 $\Delta k \neq 0$ となる時は z の周期関数 (sinc 関数の 2 乗) となっている。 sinc 関数とは $\sin(x)/x$ で、図 2.1 は $\text{sinc}^2(x)$ 関数をプロットしたものである。

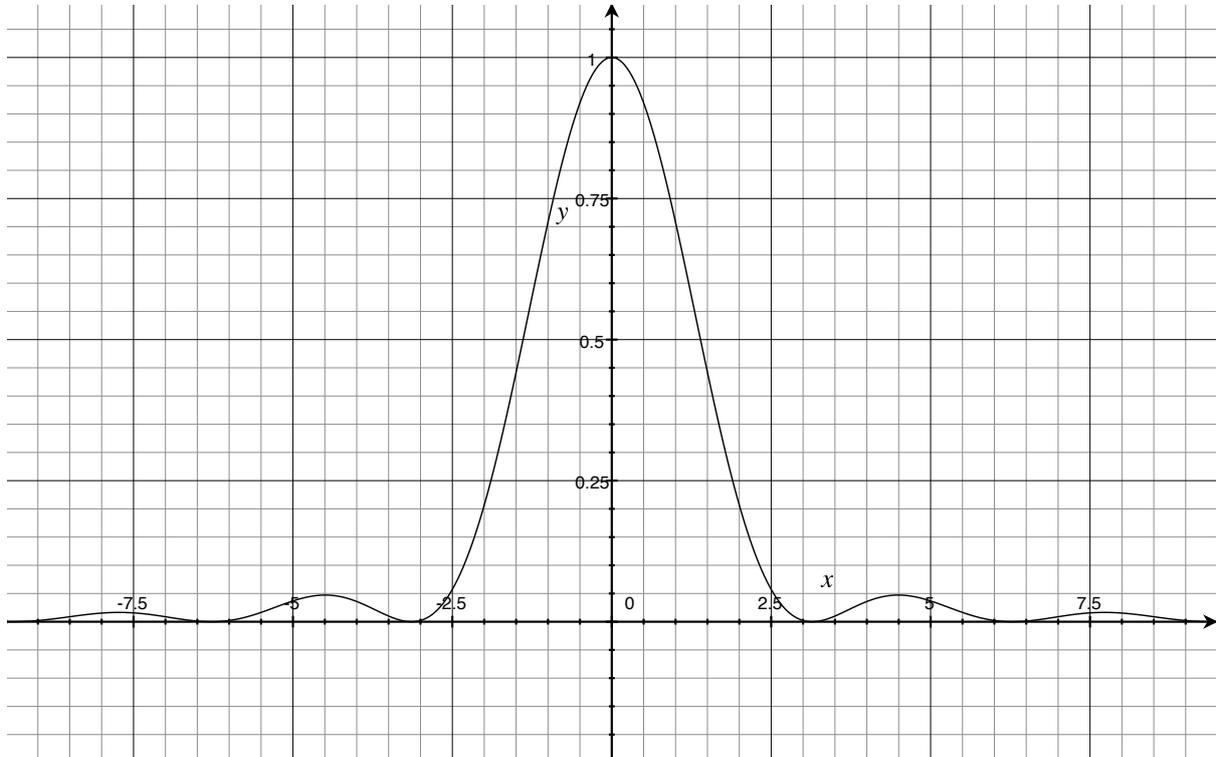


図 2.1: $\text{sinc}^2(x) = \frac{\sin^2(x)}{x^2}$ のグラフ。

2.3 位相整合

二次高調波発生を効率的に行うためには、位相整合が満たされていることが必要になる。ここでは、位相整合と擬位相整合について述べる。

2.3.1 位相整合

2.2 章において、 $\Delta k = 0$ となる時は位相整合が満たされていると述べた。

$$\Delta k = k_3 - k_1 - k_2 (= k_1) = 0 \quad (2.32)$$

としていて、二次高調波発生なので $k_3 = k_1 + k_1$ という関係が成り立つ。この式は

$$n_1 \omega_1 + n_1 \omega_1 = n_3 \omega_3 \quad (2.33)$$

とも書ける。そして $2\omega_1 = \omega_3$ だったので、この式から $n_1 = n_2$ でなければならないことがわかる。

しかし、一般的に透明媒質の屈折率は正常分散を示し [54]、周波数によって屈折率は変わり $\omega_1 < \omega_3$ に対して $n_1 < n_3$ となる。このような場合に $n_1 = n_3$ を得るためには結晶の複屈折を利用する。複屈折結

晶では偏光によって2つの屈折率があり、結晶軸に対して垂直な偏光の光（常光線）に対する屈折率を n_o とし、その偏光方向に垂直な偏光の光（異常光線）に対する屈折率を n_e とする。KTP 結晶は負の一軸結晶で、 $n_e \leq n_o$ である。そのため適当な角度を選ぶことで、 $n_o(\omega_1) = n_e(\omega_2)$ とすることができる。こうすると $n_e(\omega_1)\omega_1 + n_e(\omega_1)\omega_1 = n_o(\omega_2)\omega_2$ もしくは $n_o(\omega_1)\omega_1 + n_o(\omega_1)\omega_1 = n_e(\omega_2)\omega_2$ とすることができる。これを (e, e, o) または (o, o, e) とし、タイプ I の位相整合という。また、入射光の一つを常光線、もう一つを異常光線に選び、 $n_e(\omega_1) + n_o(\omega_1) = 2n_o(\omega_2)$ 、もしくは $n_e(\omega_1) + n_o(\omega_1) = 2n_e(\omega_2)$ と選ぶこともできる。この時は (e, o, o) もしくは (e, o, e) とし、タイプ II の位相整合という。

2.3.2 擬似位相整合

結晶中で位相整合を満たす別の方法として、結晶の主軸の向きを空間中で周期的に反転させる擬似位相整合がある。この方法では、結晶の方向や関係する光の偏光方向を適切に選べば、非線形相互作用に関する非線形光学テンソル係数 d_{ijk} が周期的な変調を受ける [55]。それを考えるために、式 2.22 は

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha_1}{2}A_1 - i\beta A_2^* A_3 e^{-i\Delta k z} \quad (2.34)$$

の中の β は、 $\beta = \frac{d_{ijk}^{(2)}}{2} \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{n_1 n_2 n_3}}$ 、 Δk は $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1$ であった。ここだけ書き下すと上の式は

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha_1}{2}A_1 - i\frac{d_{ijk}^{(2)}}{2} \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{n_1 n_2 n_3}} A_2^* A_3 e^{-i(k_3 - k_2 - k_1)z} \quad (2.35)$$

となる。ここで、 $d_{ijk}^{(2)}$ は $d(z)$ と置きかわり、 z の周期関数であるため、

$$d(z) = d_{\text{bulk}} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp \left(im \frac{2\pi}{\Lambda} z \right) \right) \quad (2.36)$$

で表されるフーリエ級数で展開できる。ここで、 Λ は $d(z)$ の周期を持つ。式 2.36 によって式 2.35 は

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} = & -\frac{\alpha_1}{2}A_1 \\ & - \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{n_1 n_2 n_3}} A_2^* A_3 d_{\text{bulk}} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp \left[i \left(m \frac{2\pi}{\Lambda} - k_3 + k_2 + k_1 \right) z \right] \right) \end{aligned} \quad (2.37)$$

と変形できる。この時、

$$m \frac{2\pi}{\Lambda} = k_3 - k_2 - k_1 \quad (2.38)$$

を満たす整数 m が存在すると位相整合条件が満たされる。よって式 2.37 において、位相整合しない項 ($\sum_{m=-\infty}^{\infty}$ としてる中で、ある整数 m のみが位相整合し、それ以外は位相整合していないとする) を無視する (位相整合していない項からの寄与はコヒーレンス長 ($l_c = \frac{2\pi}{\Delta k}$) より十分長い距離の間に平均化して0になる) と、式 2.37 は

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} = & -\frac{\alpha_1}{2}A_1 \\ & - \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{n_1 n_2 n_3}} A_2^* A_3 d_{\text{bulk}} a_m \exp \left[i \left(m \frac{2\pi}{\Lambda} - k_3 + k_2 + k_1 \right) z \right] \end{aligned} \quad (2.39)$$

となる。ここで、 a_m はフーリエ係数^{*2}なので、

$$a_m = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \frac{d(z)}{d_{\text{bulk}}} \exp\left(-im \frac{2\pi}{\Lambda} z\right) dz \quad (2.40)$$

となる。空間中で周期的に変化する $d(z)$ の最も簡単な事例は、距離 $\frac{\Lambda}{2}$ ごとに $d(z)$ が d_{bulk} と d_{bulk} の間で反転を繰り返す場合である。この時、 $m \neq 0$ の時、

$$a_m = \frac{1 - \cos m\pi}{m\pi} \quad (2.41)$$

となり、 $m = 1$ とすると実効的な非線形感受率は

$$d_{\text{eff}} = a_m d_{\text{bulk}} = \frac{2}{\pi} d_{\text{bulk}} \quad (2.42)$$

で与えられる。

2.4 パラメトリック増幅

次に、スクイーズド光生成で用いるパラメトリック増幅について述べる。

2.4.1 縮退パラメトリック増幅

$\omega_1 = \omega_2, \sigma_l = 0$ として、 $|A_3| \gg |A_1|, A_1 \approx \text{const.}$ の近似が成り立つときを仮定する。

式 2.22 は

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= -i\beta A_3 A_1^* e^{-i\Delta k z} \\ &= -g A_1^* e^{-i\Delta k z + i\varphi} \end{aligned} \quad (2.43)$$

となる。ここで、 $g e^{i\varphi} = i\beta A_3$ とした (g は実数)。簡単のため、位相整合が成り立っている ($\Delta k = 0$) とすると、

$$\frac{dA_1}{dz} = -g A_1^* e^{i\varphi} \quad (2.44)$$

とできる。この両辺を微分すると

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_1}{dz^2} &= -g \frac{dA_1^*}{dz} e^{i\varphi} \\ &= g^2 A_1 \end{aligned} \quad (2.45)$$

となる。この微分方程式の一般解は

$$A_1(z) = C_1 e^{gz} + C_2 e^{-gz} \quad (2.46)$$

となるので、この両辺を微分する。

$$\frac{dA_1}{dz} = g C_1 e^{gz} - g C_2 e^{-gz} \quad (2.47)$$

^{*2} フーリエ級数展開 $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i \frac{2\pi}{L} n x)$ において係数 c_n は $c_n = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} f(x) \exp(-i \frac{2\pi}{L} n x)$ で求められることから。

ここで、式 2.43 の右辺に式 2.46 を代入すると、

$$\frac{dA_1}{dz} = -g(C_1^* e^{gz} + C_2^* e^{-gz}) e^{i\varphi} \quad (2.48)$$

が得られる。式 2.47 と 2.48 より

$$\begin{aligned} C_1 &= -C_1^* e^{i\varphi} \\ C_2 &= C_2^* e^{i\varphi} \end{aligned} \quad (2.49)$$

の関係が得られる。ここから C_1, C_2 を求めていく。 C_1, C_2 の和と差はそれぞれ

$$C_1 + C_2 = A_1(0) \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} A_1^*(0) &= C_1^* + C_2^* \\ &= -(C_1 - C_2) e^{-i\varphi} \end{aligned}$$

$$C_1 - C_2 = -A_1^*(0) e^{i\varphi} \quad (2.51)$$

となるので、式 2.50 と 2.51 を連立すると、 C_1, C_2 が得られる。

$$C_1 = \frac{1}{2} [A_1(0) - A_1^*(0) e^{i\varphi}] \quad (2.52)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} [A_1(0) + A_1^*(0) e^{i\varphi}] \quad (2.53)$$

よって、 $A_1(z)$ は

$$\begin{aligned} A_1(z) &= \frac{1}{2} [A_1(0) - A_1^*(0) e^{i\varphi}] e^{gz} + \frac{1}{2} [A_1(0) + A_1^*(0) e^{i\varphi}] e^{-gz} \\ &= A_1(0) \cosh(gz) - A_1^*(0) e^{i\varphi} \sinh(gz) \end{aligned} \quad (2.54)$$

となる。これは 3.1.6 章で述べるスクイーズド状態の式 3.66 と同じ形をしている。つまり、パラメトリック過程によってスクイーズド状態を作ることができる。縮退パラメトリック増幅ではシングルモードスクイーズド光を作ることができる。

2.4.2 非縮退パラメトリック増幅

次に非縮退パラメトリック増幅の場合について述べる。つまり、 $\omega_1 \neq \omega_2$ として、 $\sigma_l = 0, |A_3| \gg |A_1|, |A_2|, A_3 \simeq \text{const.}$ の近似が成り立つときを仮定する。

解くべき微分方程式は式 2.22, 式 2.23 より

$$\frac{dA_1}{dz} = -i\beta A_2^* A_3 = -g A_2^* e^{i\phi} \quad (2.55)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -i\beta A_1^* A_3 = -g A_1^* e^{i\phi} \quad (2.56)$$

$$(2.57)$$

となる。式 2.55 の両辺を微分して、式 2.56 を代入する。

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_1}{dz^2} &= -g e^{i\phi} \frac{dA_2^*}{dz} \\ &= -g e^{i\phi} (-g A_1 e^{-i\phi}) \\ &= g^2 A_1 \end{aligned} \quad (2.58)$$

A_2 についても同様にすると,

$$A_1(z) = C_1 e^{gz} + C_2 e^{-gz} \quad (2.59)$$

$$A_2(z) = C_3 e^{gz} + C_4 e^{-gz} \quad (2.60)$$

が得られる. そして C_1, C_2, C_3, C_4 を $A_1(0), A_1^*(0), A_2(0), A_2^*(0)$ で表すと,

$$A_1(z) = A_1(0) \cosh(gz) - A_2^*(0) \sinh(gz) \quad (2.61)$$

$$A_2(z) = A_2(0) \cosh(gz) - A_1^*(0) \sinh(gz) \quad (2.62)$$

となる.

第3章

理論 -量子光学-

本章では実験で使うコヒーレント状態, スクイズド状態, 連続変数エンタングルメント, ホモダイン検出について述べる.

3.1 電磁場の量子化・直交位相振幅

3.1.1 電磁場の量子化

電磁場の Maxwell 方程式は

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\text{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.2)$$

$$\text{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3.3)$$

$$\text{div}\mathbf{B} = 0 \quad (3.4)$$

と書ける. ここで \mathbf{j} は電流密度, ρ は電荷密度を示す. 式 (3.4) よりベクトルポテンシャル \mathbf{A} が定義できる.

$$\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A} \quad (3.5)$$

(3.5) を (3.1) に代入すると, $\text{rotgrad}\phi = 0$ の関係を用いて

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (3.6)$$

と書ける. (3.5), (3.6) を (3.2) に代入すると

$$\text{graddiv}\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\text{grad}\phi + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

が得られる. (3.6) を (3.3) に代入すると

$$-\Delta\phi - \text{div}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3.8)$$

が得られる. ここで, f を任意のスカラー関数として

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 - \text{grad}f \quad (3.9)$$

$$\phi = \phi_0 + \frac{\partial f}{\partial t} \quad (3.10)$$

を導入する. すると (3.5), (3.6) はそれぞれ

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \text{rot}(\mathbf{A}_0 - \text{grad}f) \\ &= \text{rot}\mathbf{A}_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= -\text{grad}\left(\phi_0 + \frac{\partial f}{\partial t}\right) - \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{A}_0 - \text{grad}f) \\ &= -\text{grad}\phi_0 - \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t}\end{aligned}$$

とかけ, ゲージ不変性あることがわかる. ここにクーロンゲージ

$$\text{div}\mathbf{A} = 0 \quad (3.11)$$

を導入し, (3.9) を (3.11) に代入する.

$$\begin{aligned}\text{div}(\mathbf{A}_0 - \text{grad}f) &= 0 \\ \Delta f &= \text{div}\mathbf{A}_0 \\ f &= \frac{1}{4\pi} \int \frac{\text{div}\mathbf{A}_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'\end{aligned} \quad (3.12)$$

つまり, クーロンゲージ内では (3.12) を満たす f をとる必要があることを示す. (3.11) を (3.7), (3.8) に代入するとそれぞれ

$$-\Delta\mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \text{grad}\phi = \mu_0 \mathbf{j} \quad (3.13)$$

$$-\Delta\phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3.14)$$

となり, ここから

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (3.15)$$

が得られる.

ここで, 電流も電荷もない場の時,

$$-\Delta\mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.16)$$

$$\text{div}\mathbf{A} = 0 \quad (3.17)$$

$$\phi = 0 \quad (3.18)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A} \quad (3.20)$$

と書ける. 一辺の長さが L の立方体の中でのベクトルポテンシャル \mathbf{A} を立方体の壁において電場がゼロとなる境界条件を満たすようにすると, 以下のように書ける.

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_k (\mathbf{A}_k(t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \mathbf{A}_k^*(t) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})) \quad (3.21)$$

ここで, \mathbf{k} は,

$$\begin{aligned}\mathbf{k} &= (k_x, k_y, k_z) \\ &= \left(\frac{2\pi n_x}{L}, \frac{2\pi n_y}{L}, \frac{2\pi n_z}{L}\right)\end{aligned}$$

となり, $n_x, n_y, n_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ である. これを (3.17) に代入すると

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{A} &= \operatorname{div} \left\{ \sum_{\mathbf{k}} (\mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^* e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}) \right\} \\ &= \sum_{\mathbf{k}} \{ \operatorname{div} \mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \text{c.c.} \} \\ \operatorname{div} \mathbf{A} &= \sum_{\mathbf{k}} \{ i(\mathbf{A}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \text{c.c.} \} = 0\end{aligned}$$

となるため,

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^* \cdot \mathbf{k} \quad (3.22)$$

が成り立つ. (3.22) は $\mathbf{A}_{\mathbf{k}}$ が横波であることを示している.

(3.16) に (3.21) を代入すると,

$$\begin{aligned}-\Delta \left(\sum_{\mathbf{k}} \mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \text{c.c.} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\sum_{\mathbf{k}} \mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \text{c.c.} \right) &= 0 \\ \sum_{\mathbf{k}} \left\{ -\Delta (\mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \text{c.c.}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \text{c.c.}) \right\} &= 0 \\ \sum_{\mathbf{k}} \left\{ (k^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}}{\partial t^2}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \text{c.c.} \right\} &= 0\end{aligned}$$

が得られ, 各平面波の振幅が満たすべき式は

$$k^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}}{\partial t^2} = 0, \quad k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$$

となる. この微分方程式を解くと

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}}{\partial t^2} &= -(kc)^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}} \\ \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t)}{\partial t^2} &= -\omega_{\mathbf{k}}^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t), \quad \omega_{\mathbf{k}} = ck\end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t) = \mathbf{A}_{\mathbf{k}} \exp(-i\omega_{\mathbf{k}} t) \quad (3.24)$$

が得られる. このことから平面波のそれぞれの振幅は調和振動子の方程式に従うことがわかる.

(3.24) を (3.21) に代入する.

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \text{c.c.}$$

これを (3.19) に代入すると

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\partial \mathbf{A}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \\ &= i\omega_{\mathbf{k}} \mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \text{c.c.} \\ \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) &= i\omega_{\mathbf{k}} (\mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^* e^{i\omega_{\mathbf{k}} t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}})\end{aligned} \quad (3.25)$$

が得られる. 同様に (3.20) に代入すると

$$\begin{aligned}\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{B}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{B}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{rot} \mathbf{A}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) \\ &= i\mathbf{k} \times \{ \mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^* e^{i\omega_{\mathbf{k}} t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \}\end{aligned} \quad (3.26)$$

が得られる。(3.25), (3.26) から1周期で時間平均した電磁場のエネルギーを考える。

$$\bar{\mathcal{E}}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2} \int_V (\varepsilon_0 \bar{E}_{\mathbf{k}}^2 + \frac{1}{\mu_0} \bar{B}_{\mathbf{k}}^2) dV$$

$\bar{E}_{\mathbf{k}}^2$, $\bar{B}_{\mathbf{k}}^2$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \bar{E}_{\mathbf{k}}^2 &= \frac{\omega_{\mathbf{k}}}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_{\mathbf{k}}}} E_{\mathbf{k}}^2 dt \\ &= -\omega_{\mathbf{k}}^2 \frac{\omega_{\mathbf{k}}}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_{\mathbf{k}}}} dt \{ A_{\mathbf{k}}^2 e^{-2i\omega_{\mathbf{k}}t+2i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \mathbf{A}_{\mathbf{k}}\mathbf{A}_{\mathbf{k}}^* - \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^*\mathbf{A}_{\mathbf{k}} + A_{\mathbf{k}}^{*2} e^{2i\omega_{\mathbf{k}}t-2i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \} \\ &= -\omega_{\mathbf{k}}^2 (-2\mathbf{A}_{\mathbf{k}}\mathbf{A}_{\mathbf{k}}^*) \frac{\omega_{\mathbf{k}}}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_{\mathbf{k}}}} dt \\ &= 2\omega_{\mathbf{k}}^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}\mathbf{A}_{\mathbf{k}}^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{B}_{\mathbf{k}}^2 &= \frac{\omega_{\mathbf{k}}}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_{\mathbf{k}}}} B_{\mathbf{k}}^2 dt \\ &= 2k^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}\mathbf{A}_{\mathbf{k}}^* \end{aligned}$$

となるので, $\bar{\mathcal{E}}_{\mathbf{k}}$ は

$$\bar{\mathcal{E}}_{\mathbf{k}} = 2\varepsilon_0 V \omega_{\mathbf{k}}^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}\mathbf{A}_{\mathbf{k}}^* \quad (3.27)$$

となる。ここで, $\mathbf{A}_{\mathbf{k}}$, $\mathbf{A}_{\mathbf{k}}^*$ をそれぞれ

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{4\varepsilon_0 V \omega_{\mathbf{k}}^2}} (\omega_{\mathbf{k}} q_{\mathbf{k}} + i p_{\mathbf{k}}) \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}}^* = \frac{1}{\sqrt{4\varepsilon_0 V \omega_{\mathbf{k}}^2}} (\omega_{\mathbf{k}} q_{\mathbf{k}} - i p_{\mathbf{k}}) \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}} \quad (3.29)$$

と定義する。ここで $\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}}$ は偏光方向の単位ベクトルを表す。(3.28), (3.29) より

$$\bar{\mathcal{E}}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2} (\omega_{\mathbf{k}}^2 q_{\mathbf{k}}^2 + p_{\mathbf{k}}^2)$$

とできる。これは周波数 ω , 運動量 p , 変位 q を有する単位質量の調和振動子のエネルギーに対応していることがわかる。よって, 電磁場を調和振動子でモデル化することが可能であることがわかる。

次に, $p_{\mathbf{k}}$, $q_{\mathbf{k}}$ に交換関係を仮定する。

$$[\hat{p}_{\mathbf{k}}, \hat{q}_{\mathbf{k}'}] = i\hbar \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}$$

運動量 p , 変位 q は古典であれば交換可能であったが, 量子化を考慮することで交換できない量となる。これにより $\mathbf{A}_{\mathbf{k}}$ を書き換えると

$$\hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{4\varepsilon_0 V \omega_{\mathbf{k}}^2}} (\omega_{\mathbf{k}} \hat{q}_{\mathbf{k}} + i \hat{p}_{\mathbf{k}}) \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}}$$

となる。調和振動子の生成・消滅演算子で \hat{p} , \hat{q} を書き表すと

$$\hat{a}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_{\mathbf{k}}}} (\omega_{\mathbf{k}} \hat{q}_{\mathbf{k}} + i \hat{p}_{\mathbf{k}}) \quad (3.30)$$

$$\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_{\mathbf{k}}}} (\omega_{\mathbf{k}} \hat{q}_{\mathbf{k}} - i \hat{p}_{\mathbf{k}}) \quad (3.31)$$

となり, $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ と $\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger$ の交換関係は

$$\begin{aligned} [\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{a}_{\mathbf{k}'}^\dagger] &= \left[\frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_{\mathbf{k}}}} (\omega_{\mathbf{k}} \hat{q}_{\mathbf{k}} + i\hat{p}_{\mathbf{k}}), \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_{\mathbf{k}'}}} (\omega_{\mathbf{k}'} \hat{q}_{\mathbf{k}'} - i\hat{p}_{\mathbf{k}'}) \right] \\ &= \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \end{aligned}$$

であることがわかり, これを使って $\hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}}$ を書き換えることができる.

$$\hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V \omega_{\mathbf{k}}}} \hat{a}_{\mathbf{k}} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}}$$

よって, $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t)$ は

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V \omega_{\mathbf{k}}}} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}} \{ \hat{a}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger e^{i\omega_{\mathbf{k}} t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \}$$

と書ける. ここから, 電場 $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ と磁束密度 $\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t)$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{\mathbf{k}} i \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{2\varepsilon_0 V}} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}} \{ \hat{a}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} - \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger e^{i\omega_{\mathbf{k}} t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \} \\ \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{\mathbf{k}} i \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V \omega_{\mathbf{k}}}} \mathbf{k} \times \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}} \{ \hat{a}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger e^{i\omega_{\mathbf{k}} t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \} \end{aligned}$$

と書ける. これは, \mathbf{k} で指定される一つのモードが一つの調和振動子で表せることを示す. また, $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ と $\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t)$ は演算子であるため, 波動関数に相当するものによって期待値をとることで電場などを求めることができる.

3.1.2 光子数状態

ここで, 一つの \mathbf{k} モードについて考えてみる. 調和振動子のハミルトニアンは

$$\hat{H} = \frac{1}{2} (\hat{p}^2 + \omega^2 \hat{q}^2)$$

と表される. この \hat{p} , \hat{q} を生成・消滅演算子 \hat{a} , \hat{a}^\dagger で書き直すと,

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right)$$

となる. さらに, 光子数演算子 \hat{n} を

$$\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a} \tag{3.32}$$

と定めると,

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{n} + \frac{1}{2} \right)$$

となる. ここで, \hat{H} と \hat{n} は交換することから, \hat{H} と \hat{n} は同時固有関数を持つことになる. \hat{n} に対して固有値 n を持つ状態を光子数状態と呼ぶ.

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle$$

$|n\rangle$ は \hat{H} の固有状態でもあるので

$$\hat{H}|n\rangle = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) |n\rangle$$

が得られる。この光子数状態に生成・消滅演算子を作用させると

$$\begin{aligned}\hat{a}|n\rangle &= \sqrt{n}|n-1\rangle \\ \hat{a}^\dagger|n\rangle &= \sqrt{n+1}|n+1\rangle\end{aligned}$$

が得られる。光子数状態 $|n\rangle$ に対する電場の期待値は

$$\begin{aligned}\langle n|\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)|n\rangle &= \left\langle n \left| i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} \boldsymbol{\epsilon} \left\{ \hat{a}e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \hat{a}^\dagger e^{i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \right\} \right| n \right\rangle \\ &= 0\end{aligned}$$

となる。一方で電場の2乗の平均値は

$$\langle n|\hat{\mathbf{E}}^2(\mathbf{r}, t)|n\rangle = \frac{\hbar\omega}{\varepsilon_0 V} \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

となり、電場の2乗平均値は電磁場の有するエネルギーに比例している。このような電磁場は位相が0から 2π にわたって一様に分布していると考えられる。このような電磁場の状態は光子数状態の重ね合わせであると考えられ、コヒーレント状態

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (3.33)$$

を導入する。

3.1.3 コヒーレント状態

コヒーレント状態は消滅演算子の固有状態であり、

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \quad (3.34)$$

と定義される。この定義から α の表式 (3.33) を求めることができる。関係式 $\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$ の Hermite 共役をとった $\langle n|\hat{a} = \sqrt{n+1}\langle n+1|$ を (3.34) から得られる関係式 $\langle n|\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha\langle n|\alpha\rangle$ に適用すると、

$$\sqrt{n+1}\langle n+1|\alpha\rangle = \alpha\langle n|\alpha\rangle \quad (3.35)$$

となる。この式は任意の n について成り立つ。よって、

$$\begin{aligned}\langle n|\alpha\rangle &= \frac{\alpha}{\sqrt{n}} \langle n-1|\alpha\rangle \\ &= \frac{\alpha}{\sqrt{n}} \frac{\alpha}{\sqrt{n-1}} \cdots \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{1} \langle 0|\alpha\rangle \\ &= \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \langle 0|\alpha\rangle\end{aligned} \quad (3.36)$$

が得られる。また、光子数状態は完全系をなす ($\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n| = 1$) ので、コヒーレント状態 $|\alpha\rangle$ は光子数状態 $|n\rangle$ で展開できて、

$$\begin{aligned}|\alpha\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n|\alpha\rangle \\ &= \langle 0|\alpha\rangle \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle\end{aligned} \quad (3.37)$$

となる。そして規格化条件より $\langle 0|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}$ が得られるため、(3.33) が得られる。ここで、 α は任意の複素数であり、コヒーレント状態 $|\alpha\rangle$ は光子数 n に対して平均値 $|\alpha|^2$ の Poisson 分布

$$|\langle n|\alpha\rangle|^2 = \frac{(|\alpha|^2)^n}{n!} e^{-|\alpha|^2} \quad (3.38)$$

をすることがわかる。また、 $\alpha = 0$ のコヒーレント状態 $|0\rangle$ は、光子数 0 の状態 $|0\rangle$ と一致する。

コヒーレント状態 (3.33) に対する電場の期待値を考えると

$$\begin{aligned} \langle \alpha|\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)|\alpha\rangle &= \langle \alpha|\mathcal{E}\hat{a}e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \mathcal{E}^*\hat{a}^\dagger e^{i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}|\alpha\rangle \\ &= \mathcal{E}\alpha e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \mathcal{E}^*\alpha^* e^{i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \\ &= \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}}|\alpha|\sin(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \theta) \\ \mathcal{E} &= i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}}, \quad \alpha = |\alpha|e^{i\theta} \end{aligned}$$

となり、実際に観測される電場と一致する。よって $|\alpha\rangle$ は複素振幅 α を有するコヒーレント光の状態を表していると考えられる。また、コヒーレント状態の電場の 2 乗の分散を考えると

$$\begin{aligned} (\Delta E)^2 &= \langle \hat{E}^2 \rangle - (\langle \hat{E} \rangle)^2 \\ \langle \hat{E}^2 \rangle &= \mathcal{E}^2\alpha^2 e^{2i\omega t + 2i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + |\mathcal{E}|^2(|\alpha|^2 + 1) + |\mathcal{E}|^2|\alpha|^2 + \mathcal{E}^{*2}\alpha^{*2} e^{2i\omega t - 2i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \\ \langle \hat{E} \rangle^2 &= \mathcal{E}^2\alpha^2 e^{2i\omega t + 2i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + |\mathcal{E}|^2|\alpha|^2 + |\mathcal{E}|^2|\alpha|^2 + \mathcal{E}^{*2}\alpha^{*2} e^{2i\omega t - 2i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \\ (\Delta E)^2 &= \frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V} \end{aligned}$$

となり、 α によらないことがわかる。また、電場の振幅は $\sqrt{\frac{\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}}|\alpha|$ であるため、電場の揺らぎ $\sqrt{\frac{\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}}$ との比は $\frac{1}{2|\alpha|}$ となり、 $|\alpha|$ が大きければ揺らぎが無視できることがわかる。

コヒーレント状態 $|\alpha\rangle$ はユニタリー演算子 $\hat{D}(\alpha) = \exp(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a})$ を用いて

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= \hat{D}(\alpha)|0\rangle \\ &= \exp(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a})|0\rangle \end{aligned} \quad (3.39)$$

とも書ける。つまり、コヒーレント状態は真空状態に \hat{D} を作用させるとできる。ここで、コヒーレント状態の変位演算子 \hat{D} を用いた (3.39) の表現と、光子数状態を用いた表現 (3.33) が同一のものであることを示す。演算子 \hat{A}, \hat{B} ($[\hat{A}, \hat{B}] \neq 0$) の間に、 $[\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] = [\hat{B}, [\hat{A}, \hat{B}]] = 0$ が成り立つとき、

$$\exp \hat{A} + \hat{B} + \frac{1}{2}[\hat{A}, \hat{B}] = \exp(\hat{A})\exp(\hat{B}) \quad (3.40)$$

が成り立つ。 $\hat{A} = \alpha\hat{a}^\dagger, \hat{B} = -\alpha^*\hat{a}$ のとき、

$$[\hat{A}, \hat{B}] = [\alpha\hat{a}^\dagger, -\alpha^*\hat{a}] = |\alpha|^2 \quad (3.41)$$

であり、 $[\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] = [\hat{B}, [\hat{A}, \hat{B}]] = 0$ となるので、(3.40) を用いて

$$\begin{aligned} \hat{D}(\alpha) &= \exp(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}) \\ &= \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)\exp(\alpha\hat{a}^\dagger)\exp(-\alpha^*\hat{a}) \end{aligned} \quad (3.42)$$

が得られる。ここで、 $\exp(-\alpha^*\hat{a})$ を展開し、真空状態 $|0\rangle$ に作用させると、

$$\exp(-\alpha^*\hat{a})|0\rangle = \left\{ 1 - \alpha^*\hat{a} + \frac{(\alpha^*\hat{a})^2}{2!} + \dots \right\} |0\rangle = |0\rangle \quad (3.43)$$

となる. よって,

$$\begin{aligned}\hat{D}(\alpha) &= \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \exp(\alpha \hat{a}^\dagger) |0\rangle \\ &= \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (\alpha \hat{a}^\dagger)^n |0\rangle \\ &= \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n!}} \alpha^n |n\rangle\end{aligned}\quad (3.44)$$

となり, 光子数状態を用いた表現 (3.33) と一致することが示せた.

最後に, 直交位相振幅 \hat{X}, \hat{P} を用いてコヒーレント状態が直交位相振幅の最小不確定状態であることを示す. 直交位相振幅 \hat{X}, \hat{P} を生成消滅演算子を用いて

$$\begin{cases} \hat{X} = \hat{a}^\dagger + \hat{a} \\ \hat{P} = i(\hat{a}^\dagger - \hat{a}) \end{cases}\quad (3.45)$$

と表す. \hat{X}, \hat{P} の交換関係は生成消滅演算子の交換関係 $[\hat{a}^\dagger, \hat{a}] = -1$ を用いて

$$[\hat{X}, \hat{P}] = 2i\quad (3.46)$$

であるため, \hat{X}, \hat{P} の間の不確定性関係は

$$\Delta X \Delta P \geq 1\quad (3.47)$$

と導ける. 電場を (3.45) を用いて表すと,

$$\begin{aligned}\hat{E}(\mathbf{r}) &= i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} \{ \hat{a} e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \hat{a}^\dagger e^{i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \} \\ &= \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} \{ \hat{X} \sin(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) - \hat{P} \cos(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) \}\end{aligned}\quad (3.48)$$

となる. (3.48) からわかる通り, 直交位相振幅 \hat{X}, \hat{P} はそれぞれ量子化した電場の規格化された \sin, \cos 成分の振幅であることがわかる. 直交位相振幅 \hat{X}, \hat{P} のコヒーレント状態での期待値を求めると,

$$\langle \alpha | \hat{X} | \alpha \rangle = \alpha^* + \alpha\quad (3.49)$$

$$\langle \alpha | \hat{P} | \alpha \rangle = i(\alpha^* - \alpha)\quad (3.50)$$

となり, \hat{X}^2, \hat{P}^2 の期待値を求めると,

$$\langle \alpha | \hat{X}^2 | \alpha \rangle = (\alpha^* + \alpha)^2 + 1\quad (3.51)$$

$$\langle \alpha | \hat{P}^2 | \alpha \rangle = -(\alpha^* - \alpha)^2 + 1\quad (3.52)$$

となるため, コヒーレント状態での \hat{X}, \hat{P} の揺らぎは

$$\Delta X = \langle \hat{X}^2 \rangle - \langle \hat{X} \rangle^2 = 1\quad (3.53)$$

$$\Delta P = \langle \hat{P}^2 \rangle - \langle \hat{P} \rangle^2 = 1\quad (3.54)$$

となり, コヒーレント状態では直交位相振幅の不確定さの等しい最小不確定状態を取ることがわかる.

3.1.4 スクイズド状態

受動的な線形光学と非線形光学からの要素を組み合わせた最も一般的な線形変換はいわゆる線形ユニタリー Bogoliubov 変換

$$\hat{a}'_i = \sum_j A_{ij} \hat{a}_j + B_{ij} \hat{a}_j^\dagger + \gamma_i \quad (3.55)$$

と呼ばれるものである。この入出力の関係はマルチモードスクイザーや位相空間の置き換えのように、生成消滅演算子の2次の Hamiltonian のあらゆる相互作用を表している。線形ユニタリー Bogoliubov 変換は、Gaussian 状態から Gaussian 状態への写像を行う Gaussian 変換と等価である [57]。

シグナル光とアイドラー光の周波数がどちらもポンプ光の周波数の半分と等しくなる縮退パラメトリック増幅の出力状態は、シングルモードスクイズド状態に対応し、生成消滅演算子の2次の相互作用 Hamiltonian

$$\hat{H}_{\text{int}} = i\hbar \frac{\kappa}{2} (\hat{a}^{\dagger 2} \exp(i\Theta) - \hat{a}^2 \exp(-i\Theta)) \quad (3.56)$$

で計算することができる。この Hamiltonian はポンプ周波数の半分のシグナルモードの増幅を表している。コヒーレントポンプモードはいわゆるパラメトリック近似で古典であるとみなされ、ポンプ光の減少は無視できるとみなす [58]。ポンプ光の実の振幅は κ (非線形感受率 $\chi^{(2)}$ を含む。 $\kappa \propto \chi^{(2)} |\alpha_{\text{pump}}|$) で吸収され、ポンプの位相は Θ で表す。パラメトリック近似で $\hat{a}_{\text{pump}} \rightarrow \alpha_{\text{pump}} = |\alpha_{\text{pump}}| \exp(i\Theta)$ と仮定すると、全系の Hamiltonian は

$$\hat{H}_{\text{int}} \propto \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}_{\text{pump}} - \hat{a}^2 \hat{a}_{\text{pump}}^\dagger \quad (3.57)$$

と書ける。この \hat{H}_{int} をポンプ位相を0とし (つまり $\Theta = 0$)、消滅演算子についての Heisenberg の運動方程式に入れると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{a}(t) &= \frac{1}{i\hbar} [\hat{a}(t), \hat{H}_{\text{int}}] \\ &= \kappa \hat{a}^\dagger(t) \end{aligned} \quad (3.58)$$

を得て、この方程式の解は

$$\hat{a}(t) = \hat{a}(0) \cosh(\kappa t) + \hat{a}^\dagger(0) \sinh(\kappa t) \quad (3.59)$$

となる。同様にして生成演算子についての Heisenberg の運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{a}^\dagger(t) &= \frac{1}{i\hbar} [\hat{a}^\dagger(t), \hat{H}_{\text{int}}] \\ &= \kappa \hat{a}(t) \end{aligned} \quad (3.60)$$

を解くと、

$$\hat{a}^\dagger(t) = \hat{a}^\dagger(0) \cosh(\kappa t) + \hat{a}(0) \sinh(\kappa t) \quad (3.61)$$

が得られる。ここで、Hamiltonian (式 3.56) で $t_0 = 0$ についてのユニタリー発展

$$\hat{U}(t, t_0) = \exp \left[-\frac{i}{\hbar} \hat{H}(t - t_0) \right] \quad (3.62)$$

で、スクイージング演算子 $\hat{S}(\zeta)$ を導入する。ここで、 $\zeta \equiv -r \exp(i\Theta)$ で r はスクイージングパラメーター $r \equiv \kappa t$ と定義する。つまり、

$$\begin{aligned} \hat{U}(t, 0) &= \exp \left[\frac{\kappa}{2} (\hat{a}^{\dagger 2} e^{i\Theta} - \hat{a}^2 e^{-i\Theta}) t \right] \\ &\equiv \hat{S}(\zeta) = \exp \left(\frac{\zeta^*}{2} \hat{a}^2 - \frac{\zeta}{2} \hat{a}^{\dagger 2} \right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

を導入する. ちなみに $\hat{S}(\zeta)$ は $\hat{S}^\dagger(\zeta) = \hat{S}^{-1}(\zeta) = \hat{S}(-\zeta)$ を満たす. このスクイーピング演算子をコヒーレント状態 $|\alpha\rangle$ に作用させると, スクイズド状態 $|\zeta, \alpha\rangle$ を得ることができる. つまり,

$$\begin{aligned} |\zeta, \alpha\rangle &\equiv \hat{S}(\zeta)|\alpha\rangle \\ &= \hat{S}(\zeta)\hat{D}(\alpha)|0\rangle \end{aligned} \quad (3.64)$$

ということである. ここで $\hat{D}(\alpha)$ は式 3.39 で出てきた変位演算子である.

任意の初期モード $\hat{a}(0) \equiv \hat{a}$ にこのスクイーピング演算子を適用させ,

$$e^A B e^{-A} = B + [A, B] + \frac{1}{2!} [A, [A, B]] + \dots \quad (3.65)$$

を使うと,

$$\hat{S}^\dagger(\zeta)\hat{a}\hat{S}(\zeta) = \hat{a} \cosh(r) - \hat{a}^\dagger e^{i\Theta} \sinh(r) \quad (3.66)$$

$$\hat{S}^\dagger(\zeta)\hat{a}^\dagger\hat{S}(\zeta) = \hat{a}^\dagger \cosh(r) - \hat{a} e^{-i\Theta} \sinh(r) \quad (3.67)$$

を得る. 同様に \hat{a}, \hat{a}^\dagger に対して \hat{S} を左から, \hat{S}^\dagger を作用させて, 新しい演算子 \hat{c}, \hat{c}^\dagger を

$$\hat{S}(\zeta)\hat{a}\hat{S}^\dagger(\zeta) = \hat{a} \cosh(r) + \hat{a}^\dagger e^{i\Theta} \sinh(r) \equiv \hat{c} \quad (3.68)$$

$$\hat{S}(\zeta)\hat{a}^\dagger\hat{S}^\dagger(\zeta) = \hat{a}^\dagger \cosh(r) + \hat{a} e^{-i\Theta} \sinh(r) \equiv \hat{c}^\dagger \quad (3.69)$$

と定義する. この \hat{c}, \hat{c}^\dagger の交換関係は, $\cosh^2(r) - \sinh^2(r) = 1$ と $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger]$ を使うと,

$$\begin{aligned} [\hat{c}, \hat{c}^\dagger] &= (\hat{a} \cosh(r) + \hat{a}^\dagger e^{i\Theta} \sinh(r))(\hat{a}^\dagger \cosh(r) + \hat{a} e^{-i\Theta} \sinh(r)) \\ &\quad - (\hat{a}^\dagger \cosh(r) + \hat{a} e^{-i\Theta} \sinh(r))(\hat{a} \cosh(r) + \hat{a}^\dagger e^{i\Theta} \sinh(r)) \\ &= \hat{a}\hat{a}^\dagger(\cosh^2(r) - \sinh^2(r)) + \hat{a}^\dagger\hat{a}(\sinh^2(r) - \cosh^2(r)) \\ &= 1 \end{aligned} \quad (3.70)$$

となることがわかり, \hat{c}, \hat{c}^\dagger の交換関係は \hat{a}, \hat{a}^\dagger の交換関係と同じであるため, 新たな生成消滅演算子として考えることができる. \hat{c} をスクイズド状態 $|\zeta, \alpha\rangle$ に作用させると,

$$\begin{aligned} \hat{c}|\zeta, \alpha\rangle &= \hat{S}\hat{a}\hat{S}^\dagger\hat{S}\hat{D}|\alpha\rangle \\ &= \hat{S}\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha\hat{S}|\alpha\rangle \\ &= \alpha|\zeta, \alpha\rangle \end{aligned} \quad (3.71)$$

が得られる. ここで $\hat{S}(\zeta)$ の (ζ) は省略し, \hat{S} は $\hat{S}^\dagger\hat{S} = \hat{S}\hat{S}^\dagger = 1$ が成り立つことを使った. 式 3.71 より, $|\zeta, \alpha\rangle$ は固有値 α を持つ \hat{c} であることがわかり, \hat{c} に対して $|\zeta, \alpha\rangle$ はコヒーレント状態のようなものとわかる.

スクイズド状態のゆらぎの大きさがコヒーレント状態と比べてどうなっているかを知るために, $\Theta/2$ だけ回転した座標系を考え, 以下のような回転したモードを考える.

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \frac{1}{2}(\hat{X} + i\hat{P}) \\ &= \frac{e^{i\frac{\Theta}{2}}}{2}(\hat{X}' + i\hat{P}') \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\hat{a}^\dagger = \frac{e^{-i\frac{\Theta}{2}}}{2}(\hat{X}' - i\hat{P}') \quad (3.73)$$

この \hat{X}' , \hat{P}' について, スクイーズド状態 $|\zeta, \alpha\rangle$ に対する期待値からスクイーズド状態でのゆらぎの大きさを求める. まず, \hat{X}' の期待値は

$$\begin{aligned}\langle \hat{X}' \rangle &= \langle \zeta, \alpha | \hat{X}' | \zeta, \alpha \rangle \\ &= \langle 0 | \hat{D}^\dagger \hat{S}^\dagger \hat{X}' \hat{S} \hat{D} | 0 \rangle = \langle 0 | \hat{D}^\dagger \hat{X}' e^{-r} \hat{D} | 0 \rangle \\ &= \langle \alpha | \hat{X}' | \alpha \rangle e^{-r} \equiv \langle \hat{X}' \rangle_\alpha e^{-r}\end{aligned}\quad (3.74)$$

となる. ここで, $\hat{S}^\dagger \hat{X}' \hat{S} = \hat{X}' e^{-r}$ となることを使い, \hat{X}' のコヒーレント状態 $|\alpha\rangle$ に対する期待値を $\langle \hat{X}' \rangle_\alpha$ とした. 同様に \hat{P}' のスクイーズド状態 $|\zeta, \alpha\rangle$ に対する期待値は, $\hat{S}^\dagger \hat{P}' \hat{S} = \hat{P}' e^r$ を使うと,

$$\langle \hat{P}' \rangle = \langle \zeta, \alpha | \hat{P}' | \zeta, \alpha \rangle = \langle \hat{P}' \rangle_\alpha e^r \quad (3.75)$$

を得る. 次に, \hat{X}'^2 , \hat{P}'^2 の期待値を求める. まず, $\langle \hat{X}'^2 \rangle$ は, $\hat{S} \hat{S}^\dagger = 1$ を使うと,

$$\begin{aligned}\langle \zeta, \alpha | \hat{X}'^2 | \zeta, \alpha \rangle &= \langle 0 | \hat{D}^\dagger \hat{S}^\dagger \hat{X}'^2 \hat{S} \hat{D} | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | \hat{D}^\dagger \hat{S}^\dagger \hat{X}' \hat{S} \hat{S}^\dagger \hat{X}' \hat{S} \hat{D} | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | \hat{D}^\dagger \hat{X}'^2 e^{-2r} \hat{D} | 0 \rangle \\ &= \langle \hat{X}'^2 \rangle_\alpha e^{-2r}\end{aligned}\quad (3.76)$$

となる. 同様に $\langle \hat{P}'^2 \rangle$ は

$$\begin{aligned}\langle \zeta, \alpha | \hat{P}'^2 | \zeta, \alpha \rangle &= \langle 0 | \hat{D}^\dagger \hat{S}^\dagger \hat{P}'^2 \hat{S} \hat{D} | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | \hat{D}^\dagger \hat{S}^\dagger \hat{P}' \hat{S} \hat{S}^\dagger \hat{P}' \hat{S} \hat{D} | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | \hat{D}^\dagger \hat{P}'^2 e^{2r} \hat{D} | 0 \rangle \\ &= \langle \hat{P}'^2 \rangle_\alpha e^{2r}\end{aligned}\quad (3.77)$$

となる. よって, \hat{X}' , \hat{P}' のゆらぎは

$$\begin{aligned}\Delta X' &= \langle \hat{X}'^2 \rangle - \left(\langle \hat{X}' \rangle \right)^2 \\ &= \left(\langle \hat{X}'^2 \rangle_\alpha - \left(\langle \hat{X}' \rangle_\alpha \right)^2 \right) e^{-2r}\end{aligned}\quad (3.78)$$

$$\begin{aligned}\Delta P' &= \langle \hat{P}'^2 \rangle - \left(\langle \hat{P}' \rangle \right)^2 \\ &= \left(\langle \hat{P}'^2 \rangle_\alpha - \left(\langle \hat{P}' \rangle_\alpha \right)^2 \right) e^{2r}\end{aligned}\quad (3.79)$$

となる. 最後に, \hat{X}' , \hat{P}' のコヒーレント状態に対する期待値からゆらぎの大きさを求めて, スクイーズド状態のゆらぎと比較する. 式 3.73 より, \hat{X}' , \hat{P}' は

$$\hat{X}' = e^{-\frac{i\theta}{2}} \hat{a} + e^{\frac{i\theta}{2}} \hat{a}^\dagger \quad (3.80)$$

$$\hat{P}' = -ie^{-\frac{i\theta}{2}} \hat{a} + ie^{\frac{i\theta}{2}} \hat{a}^\dagger \quad (3.81)$$

であることがわかるので, $\langle \hat{X}' \rangle_\alpha$, $\langle \hat{P}' \rangle_\alpha$ は

$$\begin{aligned}
\langle \hat{X}' \rangle_\alpha &= \langle \alpha | \hat{X}' | \alpha \rangle \\
&= \langle \alpha | \left(e^{-\frac{i\Theta}{2}} \hat{a} + e^{\frac{i\Theta}{2}} \hat{a}^\dagger \right) | \alpha \rangle \\
&= e^{-\frac{i\Theta}{2}} \alpha + e^{\frac{i\Theta}{2}} \alpha^*
\end{aligned} \tag{3.82}$$

$$\begin{aligned}
\langle \hat{P}' \rangle_\alpha &= \langle \alpha | \hat{P}' | \alpha \rangle \\
&= \langle \alpha | \left(-ie^{-\frac{i\Theta}{2}} \hat{a} + ie^{\frac{i\Theta}{2}} \hat{a}^\dagger \right) | \alpha \rangle \\
&= -ie^{-\frac{i\Theta}{2}} \alpha + ie^{\frac{i\Theta}{2}} \alpha^*
\end{aligned} \tag{3.83}$$

となり, $\langle \hat{X}'^2 \rangle_\alpha$, $\langle \hat{P}'^2 \rangle_\alpha$ は

$$\begin{aligned}
\langle \hat{X}'^2 \rangle_\alpha &= \langle \alpha | \hat{X}'^2 | \alpha \rangle \\
&= \langle \alpha | \left(e^{-i\Theta} \hat{a}^2 + \hat{a} \hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger \hat{a} + e^{i\Theta} \hat{a}^{\dagger 2} \right) | \alpha \rangle \\
&= e^{-i\Theta} \alpha^2 + 2\alpha^* \alpha + e^{i\Theta} \alpha^{*2} + 1
\end{aligned} \tag{3.84}$$

$$\begin{aligned}
\langle \hat{P}'^2 \rangle_\alpha &= \langle \alpha | \hat{P}'^2 | \alpha \rangle \\
&= \langle \alpha | \left(-e^{-i\Theta} \hat{a}^2 + \hat{a} \hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger \hat{a} - e^{i\Theta} \hat{a}^{\dagger 2} \right) | \alpha \rangle \\
&= -e^{i\Theta} \alpha^2 + 2\alpha^* \alpha - e^{i\Theta} \alpha^{*2} + 1
\end{aligned} \tag{3.85}$$

となるため, コヒーレント状態における \hat{X}' , \hat{P}' の期待値は

$$\begin{aligned}
\Delta X' &= \langle \hat{X}'^2 \rangle_\alpha - \left(\langle \hat{X}' \rangle_\alpha \right)^2 \\
&= \left(\langle \hat{X}'^2 \rangle_\alpha - \left(\langle \hat{X}' \rangle_\alpha \right)^2 \right) = 1
\end{aligned} \tag{3.86}$$

$$\begin{aligned}
\Delta P' &= \langle \hat{P}'^2 \rangle_\alpha - \left(\langle \hat{P}' \rangle_\alpha \right)^2 \\
&= \left(\langle \hat{P}'^2 \rangle_\alpha - \left(\langle \hat{P}' \rangle_\alpha \right)^2 \right) = 1
\end{aligned} \tag{3.87}$$

であることがわかり, スクイーズド状態における \hat{X}' , \hat{P}' の期待値は式 3.79 より

$$\begin{aligned}
\Delta X' &= \langle \hat{X}'^2 \rangle - \left(\langle \hat{X}' \rangle \right)^2 \\
&= \left(\langle \hat{X}'^2 \rangle_\alpha - \left(\langle \hat{X}' \rangle_\alpha \right)^2 \right) e^{-2r} = e^{-2r}
\end{aligned} \tag{3.88}$$

$$\begin{aligned}
\Delta P' &= \langle \hat{P}'^2 \rangle - \left(\langle \hat{P}' \rangle \right)^2 \\
&= \left(\langle \hat{P}'^2 \rangle_\alpha - \left(\langle \hat{P}' \rangle_\alpha \right)^2 \right) e^{2r} = e^{2r}
\end{aligned} \tag{3.89}$$

となることがわかる. また, コヒーレント状態でもスクイーズド状態でも, $\Delta X' \Delta P' = 1$ となることから, スクイーズド状態は最小不確定状態を保っていることがわかる.

3.2 直交位相振幅の検出

光の電磁場を用いた直交位相振幅エンタングルメントやスクイーズド状態の検出方法にはホモダイン検出器がある. ここではそれについて述べ, また直交位相振幅の検出の際の不完全な検出効率をビームスプリッターで置き換えるモデルについても述べる.

3.2.1 ホモダイン検出

本研究では、平衡型ホモダイン検出を用いている。ホモダイン検出では2つのフォトダイオードから入射した光の差電流を取るため、古典的なノイズがキャンセルされ、量子雑音を検出することができる。平衡型ホモダイン検出器を用いることで、信号光の直交位相振幅が局部発振光 (LO 光) によって増幅されて観測することができる。図 3.1 はホモダイン検出器の概略図である。 \hat{a}_{LO} は局部発振光 (LO 光)、 \hat{a}_{signal}

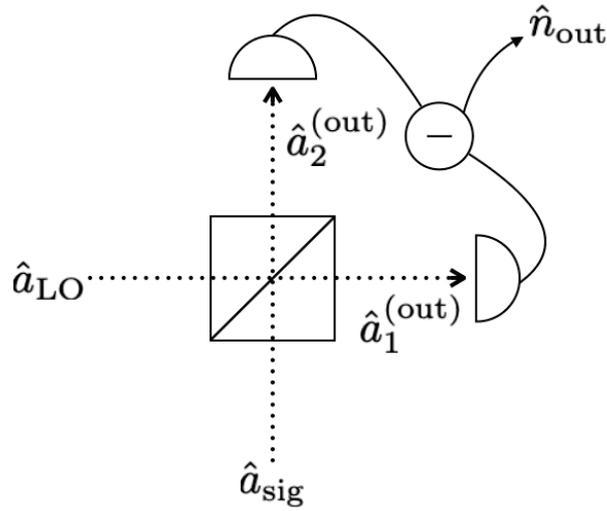


図 3.1: ホモダイン検出のモデル。

は信号光の直交位相振幅を表す。ホモダイン検出器の前には透過率と反射率が等しいビームスプリッターが置かれているとする。この時の、ホモダイン検出器のそれぞれのフォトダイオードに入力されるモード $\hat{a}_1^{(\text{out})}$, $\hat{a}_2^{(\text{out})}$ は

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_1^{(\text{out})} \\ \hat{a}_2^{(\text{out})} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{\text{sig}} \\ \hat{a}_{\text{LO}} \end{pmatrix} \quad (3.90)$$

より,

$$\hat{a}_1^{(\text{out})} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_{\text{sig}} + \hat{a}_{\text{LO}}) \quad (3.91)$$

$$\hat{a}_2^{(\text{out})} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_{\text{sig}} - \hat{a}_{\text{LO}}) \quad (3.92)$$

と書ける。ビームスプリッターを透過した波と反射した波の間には $\frac{\pi}{2}$ の位相シフトが生じる。検出される差電子数 \hat{n}_{out} は光子数演算子 (式 3.32) を用いて

$$\hat{n}_{\text{out}} = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \quad (3.93)$$

と書ける。これを計算すると,

$$\begin{aligned} \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 &= \frac{1}{2}(\hat{a}_{\text{sig}}^\dagger + \hat{a}_{\text{LO}}^\dagger)(\hat{a}_{\text{sig}} + \hat{a}_{\text{LO}}) \\ &\quad - (\hat{a}_{\text{sig}}^\dagger - \hat{a}_{\text{LO}}^\dagger)(\hat{a}_{\text{sig}} - \hat{a}_{\text{LO}}) \\ &= \hat{a}_{\text{sig}}^\dagger \hat{a}_{\text{LO}} + \hat{a}_{\text{LO}}^\dagger \hat{a}_{\text{sig}} \end{aligned} \quad (3.94)$$

となる。ビームスプリッターの2つの入力状態を $|\alpha\rangle_{\text{LO}}, |\psi\rangle_{\text{sig}}$ とする*1, つまり全体の入力状態として $|\alpha\rangle_{\text{LO}} \otimes |\psi\rangle_{\text{sig}}$ が入るとすると, 検出される差電子数 \hat{n}_{out} の期待値は

$$\begin{aligned} \langle \hat{n}_{\text{out}} \rangle &= {}_{\text{LO}} \langle \alpha |_{\text{sig}} \langle \psi | (\hat{a}_{\text{sig}}^\dagger \hat{a}_{\text{LO}} + \hat{a}_{\text{LO}}^\dagger \hat{a}_{\text{sig}}) | \psi \rangle_{\text{sig}} | \alpha \rangle_{\text{LO}} \\ &= \alpha_{\text{sig}} \langle \psi | \hat{a}_{\text{sig}}^\dagger | \psi \rangle_{\text{sig}} + \alpha_{\text{sig}}^* \langle \psi | \hat{a}_{\text{sig}} | \psi \rangle_{\text{sig}} \end{aligned} \quad (3.95)$$

となる。ここで, $\alpha = |\alpha|e^{i\theta}$ として, $\hat{a}_{\text{sig}} = \frac{1}{2}(\hat{x}_{\text{sig}} + i\hat{p}_{\text{sig}})$ を使うと, 式 3.95 は

$$\langle \hat{n}_{\text{out}} \rangle = |\alpha|(\hat{x}_{\text{sig}} \cos \theta + \hat{p}_{\text{sig}} \sin \theta) \quad (3.96)$$

となる。つまり, LO 光の位相 θ を変化させることで位相空間上の任意の直交位相振幅を測ることができ, $\theta = 0$ であれば \hat{x}_{sig} を, $\theta = \frac{\pi}{2}$ であれば \hat{p}_{sig} を測ることができる。次に \hat{n}_{out}^2 の期待値を考えてみると,

$$\begin{aligned} \langle \hat{n}_{\text{out}}^2 \rangle &= {}_{\text{LO}} \langle \alpha |_{\text{sig}} \langle \psi | (\hat{a}_{\text{sig}}^\dagger \hat{a}_{\text{LO}} + \hat{a}_{\text{LO}}^\dagger \hat{a}_{\text{sig}})^2 | \psi \rangle_{\text{sig}} | \alpha \rangle_{\text{LO}} \\ &= {}_{\text{LO}} \langle \alpha |_{\text{sig}} \langle \psi | \left[(\hat{a}_{\text{sig}}^\dagger \hat{a}_{\text{LO}})^2 + (\hat{a}_{\text{LO}}^\dagger \hat{a}_{\text{sig}})^2 + \hat{a}_{\text{sig}}^\dagger \hat{a}_{\text{LO}} \hat{a}_{\text{LO}}^\dagger \hat{a}_{\text{sig}} + \hat{a}_{\text{LO}}^\dagger \hat{a}_{\text{sig}} \hat{a}_{\text{sig}}^\dagger \hat{a}_{\text{LO}} \right] | \psi \rangle_{\text{sig}} | \alpha \rangle_{\text{LO}} \\ &= \alpha_{\text{sig}}^2 \langle \psi | \hat{a}_{\text{sig}}^{\dagger 2} | \psi \rangle_{\text{sig}} + \alpha_{\text{sig}}^{*2} \langle \psi | \hat{a}_{\text{sig}}^2 | \psi \rangle_{\text{sig}} + |\alpha|_{\text{sig}}^2 \langle \psi | \hat{a}_{\text{sig}}^\dagger \hat{a}_{\text{sig}} | \psi \rangle_{\text{sig}} + |\alpha|_{\text{sig}}^2 \langle \psi | \hat{a}_{\text{sig}} \hat{a}_{\text{sig}}^\dagger | \psi \rangle_{\text{sig}} \\ &= |\alpha|_{\text{sig}}^2 \langle \psi | (\hat{a}_{\text{sig}}^\dagger e^{i\theta} + \hat{a}_{\text{sig}} e^{-i\theta})^2 | \psi \rangle_{\text{sig}} \\ &= |\alpha|_{\text{sig}}^2 \langle \psi | (\hat{x}_{\text{sig}} \cos \theta + \hat{p}_{\text{sig}} \sin \theta)^2 | \psi \rangle_{\text{sig}} \end{aligned} \quad (3.97)$$

となる。入力した信号強度は差電子数の2乗で表されるため, ホモダイン検出を行なっている際の出力は式 3.97 で表される。

例えばスクイズド光の測定だと出力がどのようなものかを考えてみる。入力される状態 $|\psi\rangle_{\text{sig}}$ はスクイズされた真空場なので, $|\psi\rangle_{\text{sig}} = |\zeta, 0\rangle$ とすると, 出力される信号強度は

$$\langle \hat{n}_{\text{out}}^2 \rangle = |\alpha|^2 (e^{-2r} \cos^2 \theta + e^{2r} \sin^2 \theta) \quad (3.98)$$

となる。よって, LO 光の位相を変化させることによってスクイーミング, アンチスクイーミングを周期的に見ることができる。

3.2.2 ビームスプリッターを用いたロスモデル

量子状態を送る光通信において, 線形なエネルギーの減衰に対してコヒーレント状態はその性質を保存するが, スクイズド状態ではその性質が破壊されてコヒーレント状態に近づいていく [59]。そのため, 光通信において伝搬損失などによる検出効率の不完全さを考えることは重要なことである。量子論においてはロス真空場を導入することによって考えることができる。最もシンプルかつ正確に検出効率の不完全さを考えるモデルとして, 図 3.2 のように通信路中にビームスプリッターを置き換え, ビームスプリッターから真空場が入力されることを考える。このモデルによって検出器の不完全な量子効率や, エンタングルメントと LO 光の間の不完全なモードマッチングや, 光学系の不完全な透過率の全てに真空場が入ってくるとすることができる。ここでは通信路中を伝わるモードを $\hat{a}_1^{(\text{in})}$, ロスを受けて最終的に検出器に入るモードを $\hat{a}_1^{(\text{out})}$ とする。そして通信路の全体の透過率を η とする。つまり, このビームスプリッターの透過率を η と置く。もう片方のポートから真空場が入力されているので, $\hat{a}_2^{(\text{in})}$ は真空状態 $\hat{a}^{(v)}$ が入る。この時の $\hat{a}_1^{(\text{out})}$ は

$$\hat{a}_1^{(\text{out})} = \sqrt{\eta} \hat{a}_1^{(\text{in})} + \sqrt{1-\eta} \hat{a}^{(v)} \quad (3.99)$$

*1 LO はコヒーレント状態 $|\alpha\rangle$ である。

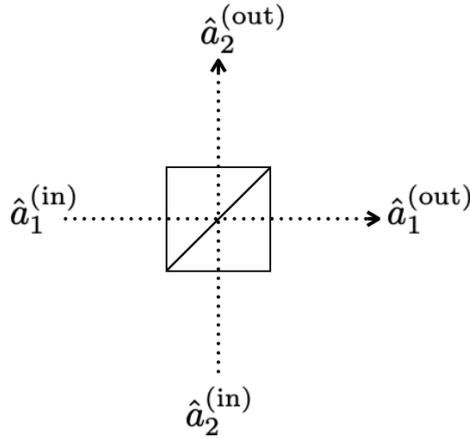


図 3.2: ビームスプリッターのイメージ図. (in) は入力モード, (out) は出力モードを表す. 1, 2 の数字はモードの区別のための添え字.

と書ける. 例えば \hat{x} がスクイーズされ, \hat{p} がアンチスクイーズされたスクイーズド状態を送るとする. よってこのビームスプリッターに入力するモードを

$$\hat{a}_1^{(\text{in})} = \frac{1}{2}(\hat{x}^{(\text{in})} + i\hat{p}^{(\text{in})}) \quad (3.100)$$

として, スクイーズド光の \hat{x}, \hat{p} の分散を

$$\langle \Delta^2 x^{(\text{in})} \rangle = e^{-r} \quad (3.101)$$

$$\langle \Delta^2 p^{(\text{in})} \rangle = e^r \quad (3.102)$$

とする. ここで, r はスクイージングパラメーターである. \hat{x}, \hat{p} は式 3.45 で表される通りで, これを式 3.99 に当てはめると,

$$\hat{x}^{(\text{out})} = \sqrt{\eta}\hat{x}^{(\text{in})} + \sqrt{1-\eta}\hat{x}^{(\text{v})} \quad (3.103)$$

$$\hat{p}^{(\text{out})} = \sqrt{\eta}\hat{p}^{(\text{in})} + \sqrt{1-\eta}\hat{p}^{(\text{v})} \quad (3.104)$$

が得られる. よって $\hat{x}^{(\text{out})}, \hat{p}^{(\text{out})}$ の分散は

$$\langle \Delta^2 x^{(\text{out})} \rangle = \eta\langle \Delta^2 x^{(\text{in})} \rangle + (1-\eta)\langle \Delta^2 x^{(\text{v})} \rangle = \eta e^{-r} + 1 - \eta \quad (3.105)$$

$$\langle \Delta^2 p^{(\text{out})} \rangle = \eta\langle \Delta^2 p^{(\text{in})} \rangle + (1-\eta)\langle \Delta^2 p^{(\text{v})} \rangle = \eta e^r + 1 - \eta \quad (3.106)$$

となる.

3.3 エンタングルメント

本研究での目標は相関の強い連続変数エンタングルメントを生成し, EPR パラドックスと Steering を実験で実際に行うことである. そのため, この節ではエンタングルメントについてと, エンタングルメント生成方法, そして EPR パラドックスと Steering についてと, EPR パラドックスと Steering の実証に必要なエンタングルメントの相関の基準である EPR-Reid 基準について述べる.

2つの物理系 A, B がエンタングルした状態にあるときというのは、部分系 A, B の直積で書き表すことができない状態と定義される。純粋な量子力学的状態は状態ベクトル $|\psi\rangle$ を用いて記述することができるが、そうでない一般的な状態を含めて密度演算子 $\hat{\rho}$ を導入する。

$$\hat{\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} \rho_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n| \quad (3.107)$$

ここで、 ρ_n は状態 $|\psi\rangle$ を取る確率である。

物理系 A, B がエンタングルした状態にあるということは、全体の状態が部分系 A, B の密度演算子の直積 $\hat{\rho}_A \otimes \hat{\rho}_B$ で書き表すことができない状態であると定義される。つまり、全体の状態の密度演算子を $\hat{\rho}_{A,B}$ とすると

$$\hat{\rho}_{A,B} \neq \sum_i \eta_i \hat{\rho}_{i,A} \otimes \hat{\rho}_{i,B} \quad (3.108)$$

となる場合が、状態がエンタングルしていると定義される [60]。

Einstein, Podolsky, Rosen の3人が [1] の中の思考実験で用いた状態は因数分解できない純粋状態 $|\psi\rangle$ であり、

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x_2) u_n(x_1) \quad (3.109)$$

で表される状態であった。因数分解できないということは状態 Ψ が $\psi_n(x_2) u_n(x_1)$ という風には書けないということを行い、まさしくこの「因数分解できない」、つまり直積で表せない状態がエンタングルしているということである。エンタングルした状態は連続変数・離散変数どちらも取り得て、連続変数であった場合は式 3.109 は

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_p(x_2) u_p(x_1) dp \quad (3.110)$$

と表せる。ここで $u(x)$ は直交関数である。

エンタングルメントの種類には離散変数エンタングルメント、連続変数エンタングルメントがある。離散変数エンタングルメントは光子の偏光状態や電子のスピンが挙げられる。一方連続変数エンタングルメントは EPR の思考実験でも用いている粒子の位置と運動量や、量子化した光の電磁場の直交位相振幅がある。

3.3.1 エンタングルメント生成

本実験で用いている連続変数エンタングルメントは、2つの光パラメトリック増幅 (OPA) 器によって生成された2つのスクイーズド光をハーフビームスプリッター (HBS) で重ね合わせることで生成している。2つのパラメトリック増幅器から生成された真空スクイーズド光の直交位相振幅 \hat{X}_i, \hat{P}_i ($i = 1, 2$ は2つのスクイーズド光を区別するための添字) は以下のように表される [38]。

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= \sqrt{\xi_1} e^{r_1} \hat{x}_1^{(\text{in})} + \sqrt{1 - \xi_1} \hat{x}_1^{(\text{v})} \\ \hat{p}_1 &= \sqrt{\xi_1} e^{-r_1} \hat{p}_1^{(\text{in})} + \sqrt{1 - \xi_1} \hat{p}_1^{(\text{v})} \\ \hat{x}_2 &= \sqrt{\xi_2} e^{r_2} \hat{x}_2^{(\text{in})} + \sqrt{1 - \xi_2} \hat{x}_2^{(\text{v})} \\ \hat{p}_2 &= \sqrt{\xi_2} e^{-r_2} \hat{p}_2^{(\text{in})} + \sqrt{1 - \xi_2} \hat{p}_2^{(\text{v})} \end{aligned} \quad (3.111)$$

ここで、(in) は OPA の際に入力している真空場、(v) はロスによる真空場を表し、 r_i はスクイージングパラメーターである。 ξ_i は生成されたスクイーズド光がハーフビームスプリッターに入るまでの損失を表

す。損失を入力する真空場とロスによる真空場は同じ分散を持ち、最小不確定状態を満たしていると仮定する： $\langle \Delta^2 x_i^{(\text{in})} \rangle = \langle \Delta^2 p_i^{(\text{in})} \rangle = \langle \Delta^2 x_i^{(\text{v})} \rangle = \langle \Delta^2 p_i^{(\text{v})} \rangle = 1$ 。エンタングルした出力モードの直交位相成分 x_A, p_A, x_B, p_B はビームスプリッターに入力したスクイズド光とスクイズド光同士の相対位相 θ を用いて以下のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_A \\ \hat{p}_A \\ \hat{x}_B \\ \hat{p}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & 0 & -r \cos \theta & r \sin \theta \\ 0 & t & -r \sin \theta & -r \cos \theta \\ r & 0 & t \cos \theta & -t \sin \theta \\ 0 & r & t \sin \theta & t \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{p}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{p}_2 \end{pmatrix} \quad (3.112)$$

r と t はビームスプリッターの反射率と透過率をそれぞれ表しており、 $r^2 + t^2 = 1$ という関係を満たす。ここで、位相空間上での任意の角度 ϕ_A, ϕ_B の、ビームスプリッターから出力された直交位相振幅 $\hat{x}_{out_A}(\phi_A), \hat{x}_{out_B}(\phi_B)$ は

$$\begin{aligned} \hat{x}_{out_A}(\phi_A) &= \hat{x}_A \cos \phi_A + \hat{p}_A \sin \phi_A \\ &= (t\hat{x}_1 - r \cos \theta \hat{x}_2 + r \sin \theta \hat{p}_2) \cos \phi_A + (t\hat{p}_1 - r \sin \theta \hat{x}_2 - r \cos \theta \hat{p}_2) \sin \phi_A \end{aligned} \quad (3.113)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{out_B}(\phi_B) &= \hat{x}_B \cos \phi_B + \hat{p}_B \sin \phi_B \\ &= (r\hat{x}_1 - t \cos \theta \hat{x}_2 + t \sin \theta \hat{p}_2) \cos \phi_B + (r\hat{p}_1 - t \sin \theta \hat{x}_2 - t \cos \theta \hat{p}_2) \sin \phi_B \end{aligned} \quad (3.114)$$

と書くことができる。この直交位相振幅の和と差を取ると、

$$\begin{aligned} \hat{x}_{out_A}(\phi_A) \pm \hat{x}_{out_B}(\phi_B) &= \hat{x}_1(t \cos \phi_A \pm r \cos \phi_B) + \hat{p}_1(t \sin \phi_A \pm r \sin \phi_B) \\ &\quad + \hat{x}_2(-r \cos \theta \cos \phi_A - r \sin \theta \sin \phi_A \mp t \cos \theta \cos \phi_B \pm t \sin \theta \sin \phi_B) \\ &\quad + \hat{p}_2(r \sin \theta \cos \phi_A - r \cos \theta \sin \phi_A \mp t \sin \theta \cos \phi_B \pm t \cos \theta \sin \phi_B) \end{aligned} \quad (3.115)$$

となる。ここで、 $t = r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ とし、入力したスクイズド光の間の相対位相を $\theta = \frac{\pi}{2}$ とすると、

$$\begin{aligned} \hat{x}_{out_A}(\phi_A) + \hat{x}_{out_B}(\phi_B) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{x}_1(\cos \phi_A + \cos \phi_B) + \hat{p}_1(\sin \phi_A + \sin \phi_B) \\ &\quad + \hat{x}_2(-\sin \phi_A + \sin \phi_B) + \hat{p}_2(\cos \phi_A - \cos \phi_B)] \end{aligned} \quad (3.116)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{out_A}(\phi_A) - \hat{x}_{out_B}(\phi_B) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{x}_1(\cos \phi_A - \cos \phi_B) + \hat{p}_1(\sin \phi_A + \sin \phi_B) \\ &\quad + \hat{x}_2(-\sin \phi_A + \sin \phi_B) + \hat{p}_2(\cos \phi_A - \cos \phi_B)] \end{aligned} \quad (3.117)$$

となる。式3.116, 式3.117について、和では $\phi_B = \pi - \phi_A$ とすると [61], $\cos(\pi - \phi_A) = -\cos(\phi_A)$, $\sin(\pi - \phi_A) = \sin(\phi_A)$ より、

$$\hat{x}_{out_A}(\phi_A) + \hat{x}_{out_B}(\pi - \phi_A) = \sqrt{2}(\hat{p}_1 \sin \phi_A + \hat{p}_2 \cos \phi_A) \quad (3.118)$$

となるため、アンチスクイズングの項が消えてスクイズングの項だけになる。つまり、 r_i を大きくするにつれて右辺が小さくなるということがわかり、 $\hat{X}_{out_A}(\phi_A)$ と $\hat{X}_{out_B}(\pi - \phi_A)$ の間に大きな量子相関が生まれるということになる。同様に、差については $\phi_B = -\phi_A$ とすると [61], $\cos(-\phi_A) = \cos(\phi_A)$, $\sin(-\phi_A) = -\sin(\phi_B)$ となり、

$$\hat{x}_{out_A}(\phi_A) + \hat{x}_{out_B}(-\phi_A) = \sqrt{2}(\hat{p}_1 \sin \phi_A + \hat{p}_2 \cos \phi_A) \quad (3.119)$$

となる。

次に、検出効率が不完全であった時に、エンタングルメントの相関の強さがどう変わるかを考える。

全体の検出効率（光学系の透過率，LO光とエンタングルメントの間のモードマッチ効率，ホモダイナ検出器の量子効率を合わせたもの）を $\eta_j (j = A, B)$ とすると，検出される直交位相振幅 $\hat{X}_j(\phi_j)$ は

$$\hat{X}_j(\phi_j) = \sqrt{\eta_j} \hat{x}_{out_j}(\phi_j) + \sqrt{1 - \eta_j} \hat{x}_{out_j}^{(v)} \quad (3.120)$$

と表すことができる．これを用いて，相対位相 θ を任意として直交位相振幅の和と差の分散を計算すると，

$$\begin{aligned} & \langle \Delta^2 [\hat{X}_A(\phi_A) \pm \hat{X}_B(\phi_B)] \rangle \\ &= \frac{1}{2} \{ \langle \Delta^2 \hat{x}_1 \rangle (\sqrt{\eta_A} \cos \phi_A \pm \sqrt{\eta_B} \cos \phi_B)^2 + \langle \Delta^2 \hat{p}_1 \rangle (\sqrt{\eta_A} \sin \phi_A \pm \sqrt{\eta_B} \sin \phi_B)^2 \\ &+ \langle \Delta^2 \hat{x}_2 \rangle [(-\sqrt{\eta_A} \cos \phi_A \pm \sqrt{\eta_B} \cos \phi_B) \cos \theta + (-\sqrt{\eta_A} \sin \phi_A \pm \sqrt{\eta_B} \sin \phi_B) \sin \theta]^2 \\ &+ \langle \Delta^2 \hat{p}_2 \rangle [(-\sqrt{\eta_A} \sin \phi_A \pm \sqrt{\eta_B} \sin \phi_B) \cos \theta + (\sqrt{\eta_A} \cos \phi_A \mp \sqrt{\eta_B} \cos \phi_B) \sin \theta]^2 \\ &+ (1 - \eta_A) \langle \Delta^2 [\hat{x}_A^{(v)}(\phi_A)] \rangle + (1 - \eta_B) \langle \Delta^2 [\hat{x}_B^{(v)}(\phi_B)] \rangle \} \end{aligned} \quad (3.121)$$

となる． $\theta = \pi/2$ として，和では $\phi_B = \pi - \phi_A$ をとり，差では $\phi_B = -\phi_A$ をとるとすると，和は

$$\begin{aligned} & \langle \Delta^2 [\hat{X}_A(\phi_A) + \hat{X}_B(\pi - \phi_A)] \rangle \\ &= \frac{1}{2} \{ \langle \Delta^2 \hat{x}_1 \rangle (\sqrt{\eta_A} \cos \phi_A - \sqrt{\eta_B} \cos \phi_A)^2 + \langle \Delta^2 \hat{p}_1 \rangle (\sqrt{\eta_A} \sin \phi_A + \sqrt{\eta_B} \sin \phi_A)^2 \\ &+ \langle \Delta^2 \hat{x}_2 \rangle (-\sqrt{\eta_A} \sin \phi_A + \sqrt{\eta_B} \sin \phi_A)^2 + \langle \Delta^2 \hat{p}_2 \rangle (\sqrt{\eta_A} \cos \phi_A + \sqrt{\eta_B} \cos \phi_A)^2 \} \\ &+ (2 - \eta_A - \eta_B) \end{aligned} \quad (3.122)$$

となり，差は

$$\begin{aligned} & \langle \Delta^2 [\hat{X}_A(\phi_A) - \hat{X}_B(-\phi_A)] \rangle \\ &= \frac{1}{2} \{ \langle \Delta^2 \hat{x}_1 \rangle (\sqrt{\eta_A} \cos \phi_A - \sqrt{\eta_B} \cos \phi_A)^2 + \langle \Delta^2 \hat{p}_1 \rangle (\sqrt{\eta_A} \sin \phi_A + \sqrt{\eta_B} \sin \phi_A)^2 \\ &+ \langle \Delta^2 \hat{x}_2 \rangle (-\sqrt{\eta_A} \sin \phi_A + \sqrt{\eta_B} \sin \phi_A)^2 + \langle \Delta^2 \hat{p}_2 \rangle (\sqrt{\eta_A} \cos \phi_A + \sqrt{\eta_B} \cos \phi_A)^2 \} \\ &+ (2 - \eta_A - \eta_B) \end{aligned} \quad (3.123)$$

となる．ここで，真空状態の分散を1とした ($\langle \Delta^2 [\hat{x}_A^{(v)}(\phi_A)] \rangle = \langle \Delta^2 [\hat{x}_B^{(v)}(\phi_B)] \rangle = 1$)．式 3.122, 3.123 より， $\eta_A = \eta_B$ であれば，アンチスキューイングの項 (\hat{x}_1, \hat{x}_2 の入っている項) が消えるため，大きな量子相関を見ることができると， $\eta_A \neq \eta_B$ となってしまうと，アンチスキューイングの項が入り，分散が大きくなってしまふ．同様に，和であっても差であっても， $\theta \neq \pi/2$ になるとアンチスキューイングの項が入ってきてしまふ．そのため，大きな量子相関を得るためには検出効率を対称にし，なおかつ2つのスクイーズド光の相対位相を $\pi/2$ に保つ必要があることがわかる．

3.4 EPR パラドックスと Steering の実証

本研究で目標としている EPR パラドックス*2と Steering の実証について述べる．

*2 EPR はパラドックスという言葉は使っていないが，ここでは EPR 論文で指摘されている量子論の完全さと局所実在論の間の矛盾について EPR パラドックスと呼ぶ．

3.4.1 EPR パラドックスと Steering

Einstein, Podolsky, Rosen の3人は1935年に“Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?”というタイトルで量子論による記述の完全さと局所実在論の間には矛盾があることを指摘した[1]。EPRは論文の中で位置と運動量をもつれた*3状態について考え、その思考実験の結果量子力学の波動関数によって与えられる実在性の記述は完全ではないと結論づけた。

彼らは実在性の定義を、「もし、なんらかの形で系を乱すことなく物理量の値を（確率1で）正確に予測するならば、その物理量に対応した物理的実在性の要素が存在する」とした。これはつまり、もし ψ という状態が演算子 A の固有関数ならば、つまり

$$A\psi = a\psi \quad (3.124)$$

であるならば、物理量 A は ψ という状態に対していつでも確実に a という値を持つ。よって ψ で与えられた状態の粒子について、物理量 A に対応する物理的実在性の要素が存在するというのである。そして量子力学では一般的に、もし2つの物理量 A, B があってそれに対応する演算子が交換しないとき ($[A, B] \neq 0$)、 A と B のどちらか1つの正確な知識を得ることは、もう1つの知識を得ることを不可能にしてしまう*4。そこからEPRの3人は、量子力学は以下のどちらかに従うとした。

1. 波動関数で与えられる実在性の量子力学的な記述は完全ではない。
2. 2つの物理量に対応する演算子が交換しないとき、2つの物理量は同時に実在性を持たない。

そして量子力学では通常は波動関数が、ある系に対応した状態の完全な記述に相当することを前提としているため、1つ目の「波動関数で与えられる実在性の量子力学的な記述は完全ではない」は偽であると仮定した上で2つ目の「2つの物理量に対応する演算子が交換しないとき、2つの物理量は同時に実在性を持たない」について考え、「波動関数で与えられる実在性の量子力学的な記述は完全である」という仮定との矛盾を導き、波動関数で与えられる量子力学の記述には不完全さがあると指摘した。

EPRが[1]の中で行なった思考実験を以下に示す。式3.126のような波動関数で与えられる2粒子系の状態について考える。

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{2\pi i}{h}(x_1 - x_2 + x_0)p} dp \quad (3.125)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{2\pi i}{h}x_1 p} e^{-\frac{2\pi i}{h}(x_2 - x_0)p} dp \quad (3.126)$$

ここで x_0 は適当な定数である。この系は時間 $T=0$ から $T=t$ の間だけ相互作用し、その後はどんな相互作用も起こさないとしており、さらに相互作用する前の2粒子それぞれの状態は知られているとしている。この状態について、1つ目の粒子の運動量 A の測定を行う。 A は

$$A = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x_1} \quad (3.127)$$

で表され、 A を Ψ に作用させて1つ目の粒子の運動量の測定値 $p_1 = p_*$ を得たとする。そうすると、測定後の状態 $\Psi_{p_*}(x_1, x_2)$ は

$$\Psi_{p_*}(x_1, x_2) = e^{\frac{2\pi i}{h}x_1 p_*} e^{-\frac{2\pi i}{h}(x_2 - x_0)p_*} \quad (3.128)$$

*3 EPRは論文の中では、もつれた状態とは言っていない。時間 t だけ相互作用しあい、そのあとは相互作用をしない系について述べている。

*4 不確定性関係は0ではない値を取るため。

となる。この測定後の状態（式 3.128）は様々な運動量を持つ状態の重ね合わせから $p_1 = p_*$ の成分だけ抜き出したものである、また、この状態は 2 つ目の粒子の運動量を測定する演算子を

$$P = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x_2} \quad (3.129)$$

とすると、 $\Psi_{p_*}(x_1, x_2)$ は固有値 $-p_*$ を持つ P の固有関数であることがわかる ($P\Psi_{p_*}(x_1, x_2) = -p_*\Psi_{p_*}(x_1, x_2)$ となる)。よって、2 つ目の粒子の運動量を測ることで、2 つ目の粒子の運動量の値を知ることができたわけだが、実際に測定したのは 1 つ目の粒子の運動量 p_1 だけであるので、2 つ目の粒子の状態は一切乱れないはずである。これは、EPR の定義した実在性の基準「もし、なんらかの形で系を乱すことなく物理量の値を（確率 1 で）正確に予測するならば、その物理量に対応した物理的実在性の要素が存在する」を満たしているので、2 つ目の粒子の運動量は実在していると言える。

一方で同じ $\Psi(x_1, x_2)$ について、今度は運動量ではなく位置を測定したとする。 $\Psi(x_1, x_2)$ は Dirac の Delta 関数

$$\begin{aligned} 2\pi\delta(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ipx} dp \\ \delta(ax) &= \frac{1}{|a|}\delta(x) \end{aligned}$$

を用いると、

$$\begin{aligned} \Psi(x_1, x_2) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{2\pi i}{h}(x_1 - x_2 + x_0)p} dp \\ &= h\delta(x_1 - x_2 + x_0) \\ &= h \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_1)\delta(x - x_2 + x_0)dx \end{aligned} \quad (3.130)$$

と表せる。そして 1 つ目の粒子の位置を測定し、固有値 $x_1 = x_*$ が得られたとすると、式 3.130 は

$$\Psi_{x_*}(x_1, x_2) = h\delta(x_* - x_1)\delta(x_* - x_2 + x_0) \quad (3.131)$$

となる。つまり測定後の状態は様々な位置にいる状態の重ね合わせから $x_1 = x_*$ の成分だけ抜き出したものと言える。そしてこの状態 $\Psi_{x_*}(x_1, x_2)$ は 2 つ目の粒子の運動量の演算子を Q とすると、 Q の固有関数になっており、

$$\begin{aligned} Q\Psi_{x_*}(x_1, x_2) &= x_2 h\delta(x_* - x_1)\delta(x_* - x_2 + x_0) \\ &= (x_* + x_0)h\delta(x_* - x_1)\delta(x_* - x_2 + x_0) \\ &= (x_* + x_0)\Psi_{x_*}(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (3.132)$$

固有値は $x_* + x_0$ である。よって 2 つ目の粒子の位置は確実に $x_* + x_0$ という値をもち、2 つ目の粒子の位置を知ることができたが、実際に測ったのは 1 つ目の粒子の位置であるので、2 つ目の粒子の状態は一切乱されていないはずである。よってこれも EPR の定義した実在性の基準を満たしているので、2 つ目の粒子の位置も実在していると言える。しかし、位置と運動量の演算子は交換しない。

はじめに EPR は、(1) 波動関数で与えられる実在性の量子力学的な記述は完全ではない (2) 2 つの物理量に対応する演算子が交換しないとき、2 つの物理量は同時に実在性を持たない のどちらかであるとして、(1) を偽として思考実験を行なった。その結果、交換しない物理量である位置と運動量についても同時に実在性を持ってしまい、(2) も偽となってしまった。そのため (1) が真である、つまり波動関数による実在性の記述は完全ではない、と結論づけた。

EPR の 1935 年のこの主張に対し、Schrödinger は 2 つの系が以前に相互作用し、再び分離すると知識の絡み合いがしばしば起こると述べており、EPR が思考実験で用いた状態は “verschränkten”，すなわちエンタングルメントであると述べた。Schrödinger はまた、複合系の状態を共有している 2 者において、片方の状態を測るだけでもう片方の状態に対して影響を与えることを steer する、と呼んだ。

Steering についての厳密な定義は 2007 年の Wiseman らによって操作的な定義が示されるまではなされてこなかった。Wiseman らは [8] の中で、steering 可能な状態 (steerable な状態) はエンタングルした状態の部分集合であり、Bell の不等式を破る状態は steerable な状態の部分集合であることを示した。そして [8] に示されている操作的な定義によると、

1. Alice が複合系の状態を用意し、片方は自分で持って、もう片方を Bob に送ることを何度も繰り返す。
2. 毎回、Alice と Bob は自分の元に届いた状態の測定を行い、お互いに古典通信で連絡を取り合う。
3. この時の Alice のタスクは、Alice が送った状態がエンタングルしていることを Bob に納得させることである。
4. Bob は量子力学のことは信じているが、Alice のことは信じていない。そして Bob は自分の系は孤立系であると思っているため、Alice の測定結果と Bob の測定結果に相関を持つとは思っていない。つまり、Alice の測定結果が決まった時の Bob の測定結果の分散 (条件付き分散) は不確定性関係を満たすと思っており、自分の状態が Alice によって steer されるとは思っていない。
5. ところが、お互いの測定結果の相関が強く、条件付き分散の積が不確定性関係を破ったとすると*5、Bob は自分の系が Alice とエンタングルしていることを認めざるを得なくなってしまう。すると、Alice のタスクが達成され、Bob の状態を steer することができたと定義できる。

とある。つまり、EPR-Reid 基準を満たすことができれば、Steering ができたとも言える。

3.4.2 EPR-Reid 基準

本実験で用いているエンタングルメントの相関の基準である EPR-Reid 基準について述べる。その前にまず直交位相振幅エンタングルメントが 2 モードスクイズド光で生成できることについて述べる。

2 モードスクイズド光は式 3.133

$$H_I = -\hbar\kappa(\hat{a}^\dagger\hat{b}^\dagger + \hat{a}\hat{b}) \quad (3.133)$$

で表される非縮退パラメトリック増幅に対応するユニタリー 2 モードスクイズド演算子

$$\hat{U}(t, 0) = \exp[\kappa(\hat{a}_a^\dagger\hat{a}_2^\dagger e^{i\Theta} - \hat{a}_1\hat{a}_2 e^{-i\Theta})t] \quad (3.134)$$

$$\equiv \hat{S}(\zeta) = \exp(\zeta^*\hat{a}_1\hat{a}_2 - \zeta\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2^\dagger) \quad (3.135)$$

によって生成される。この 2 モードスクイズド真空状態は 2 つのシングルモードスクイズド真空状態をハーフビームスプリッターに入力し、出力される状態と等価である。式 3.56 ($\Theta = 0$ とする) によって直交位相振幅 p をスクイズドした、ハーフビームスプリッターに入力するシングルモード真空スクイズド状態の片方は

$$\hat{a}_1 = \hat{a}_1^{(0)} \cosh(r) + \hat{a}_1^{(0)\dagger} \sinh(r) \quad (3.136)$$

*5 相関が強いため、Bob が X, P どちらを測ったとしても、Alice は Bob が測った基底を知れば、Bob の測定結果を言い当てることできる。

となり, x 側をスクイズしたもう片方の入力状態は

$$\hat{a}_2 = \hat{a}_2^{(0)} \cosh(r) - \hat{a}_2^{(0)\dagger} \sinh(r) \quad (3.137)$$

となる. これらをハーフビームスプリッター (入力・出力の関係は式 3.138 の行列で表される) で重ね合わせ, 出力ポートから出る状態を \hat{b}_1, \hat{b}_2 とすると

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (3.138)$$

$$\hat{b}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1 + \hat{a}_2) = \hat{b}_1^{(0)} \cosh(r) + \hat{b}_2^{(0)\dagger} \sinh(r) \quad (3.139)$$

$$\hat{b}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1 - \hat{a}_2) = \hat{b}_2^{(0)} \cosh(r) + \hat{b}_1^{(0)\dagger} \sinh(r) \quad (3.140)$$

となる. ここで $\hat{b}_1^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1^{(0)} + \hat{a}_2^{(0)})$ と $\hat{b}_2^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1^{(0)} - \hat{a}_2^{(0)})$ は 2 つの真空モードである. 得られた式は非縮退パラメトリック増幅で得られる 2 モードスクイズ真空状態と同じになる. 2 モードスクイズ真空状態の直交位相振幅演算子は以下のように書くことができる.

$$\hat{X}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^r \hat{x}_1^{(0)} + e^{-r} \hat{x}_2^{(0)}) \quad (3.141)$$

$$\hat{P}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-r} \hat{p}_1^{(0)} + e^r \hat{p}_2^{(0)}) \quad (3.142)$$

$$\hat{X}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^r \hat{x}_1^{(0)} - e^{-r} \hat{x}_2^{(0)}) \quad (3.143)$$

$$\hat{P}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-r} \hat{p}_1^{(0)} - e^r \hat{p}_2^{(0)}) \quad (3.144)$$

ここで $\hat{a}_i^{(0)} = \frac{1}{2}(\hat{x}_i^{(0)} + i\hat{p}_i^{(0)})$, $\hat{b}_i = \frac{1}{2}(\hat{X}_i + i\hat{P}_i)$ ($i = 1, 2$) とした. r を大きくしていくと \hat{x}_i と \hat{p}_i の分散は大きくなり, 出力された状態の個々で見るとそれぞれ不確定性関係

$$\Delta X_i \Delta P_i \geq 1 \quad (3.145)$$

を満たす一方で, X の差と P の和

$$\hat{X}_1 - \hat{X}_2 = \sqrt{2}e^{-r} \hat{x}_2^{(0)} \quad (3.146)$$

$$\hat{P}_1 + \hat{P}_2 = \sqrt{2}e^{-r} \hat{p}_1^{(0)} \quad (3.147)$$

は r を大きくすると小さな値をとる. X の差の分散と P の和の分散は r を無限に大きくすると 0 となり, X_1, X_2 は完全な相関を, P_1, P_2 は完全な反相関を持つ. よって片方の X が決まればもう片方の X が, 片方の P が決まればもう片方の P も決まる.

EPR パラドックスはある系の観測を, ある系から離れたもう片方の系の測定結果から推測するという能力によるものである. EPR の思考実験のように最大限相関を持つわけではない観測については, このような推測にはエラー (誤差) が出る. しかし, Heisenberg の不確定性関係と比較して推測のエラーが小さければ, このパラドックスを実証したことになる [11]. EPR パラドックスの実証をするためには, Heisenberg の不確定性関係を破るくらい強い相関を持つエンタングルメントの観測を行えばいいということである.

Reid は [11] の中でこの推測のエラーについて考え、エンタングルメントの相関の基準である EPR-Reid 基準

$$\Delta_{B|A}^2 X \Delta_{B|A}^2 P < 1 \quad (3.148)$$

を提案した. ここで $\Delta_{B|A}^2 X, \Delta_{B|A}^2 P$ は条件付き分散を表し, Alice の測定結果によって条件つけられた Bob の直交位相振幅の分散を表す.*6

まず Alice が \hat{X} を測定して \hat{X}_A を得て, そこから Bob の \hat{X}_B を推定する. Alice の測定値 \hat{X}_A を g_X 倍してスケールリングすることによって推定された Bob の直交位相振幅を \hat{X}_B^{inf} とする.

$$\hat{X}_B^{\text{inf}} = g_X \hat{X}_A \quad (3.149)$$

\hat{X}_B の真の値との誤差は $\hat{X}_B - \hat{X}_B^{\text{inf}}$ とできるので, 推定エラーとの間の平均誤差 $\Delta_{\text{inf}}^2 X$ は

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{inf}}^2 X &= \Delta^2(X_B - X_B^{\text{inf}}) \\ &= \Delta^2(X_B - g_X X_A) \end{aligned} \quad (3.150)$$

$$= \langle (X_B - g_X X_A)^2 \rangle - \langle X_B - g_X X_A \rangle^2 \quad (3.151)$$

となる. P についても同様で,

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{inf}}^2 P &= \Delta^2(P_B - P_B^{\text{inf}}) \\ &= \Delta^2(P_B - g_P P_A) \end{aligned} \quad (3.152)$$

$$= \langle (P_B - g_P P_A)^2 \rangle - \langle P_B - g_P P_A \rangle^2 \quad (3.153)$$

となる. ここで g_X, g_P は scaling factor といい, $\Delta_{\text{inf}}^2 X, \Delta_{\text{inf}}^2 P$ が小さくなるように調整することができる. $\Delta_{\text{inf}}^2 X, \Delta_{\text{inf}}^2 P$ が最も小さくなる g_X, g_P は

$$g_X = \frac{\langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle}{\langle \Delta^2 X_A \rangle} \quad (3.154)$$

$$g_P = \frac{\langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle}{\langle \Delta^2 P_A \rangle} \quad (3.155)$$

となる. g_X の導出は, 式 3.151 を g_X の関数として

$$f(g_X) = \langle (X_B - g_X X_A)^2 \rangle - \langle X_B - g_X X_A \rangle^2 \quad (3.156)$$

$$= \langle \Delta^2 X_B \rangle - 2g_X \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle + g_X^2 \langle \Delta^2 X_A \rangle \quad (3.157)$$

と置く. ここで, $\langle \Delta^2 X \rangle = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2$, $\langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle = \langle X_B X_A \rangle - \langle X_B \rangle \langle X_A \rangle$ とした. これを微分し, $df(g_X)/dg_X = 0$ となるような g_X を求めると式 3.155 が導ける. これを元の式 3.151 に代入すると,

$$\Delta_{\text{inf}}^2 X = \left(\langle \Delta^2 X_B \rangle - \frac{\langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle^2}{\langle \Delta^2 X_A \rangle} \right) \equiv \Delta_{B|A}^2 X \quad (3.158)$$

が得られる. P でも同様の計算で導出ができ,

$$\Delta_{\text{inf}}^2 P = \left(\langle \Delta^2 P_B \rangle - \frac{\langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle^2}{\langle \Delta^2 P_A \rangle} \right) \equiv \Delta_{B|A}^2 P \quad (3.159)$$

となる.

*6 Reid は [11] の中では 1, 2 としているが, 本実験では 2 つの測定系を Alice, Bob と呼んでいるので, それに合わせて A, B と置く.

よって、EPR-Reid 基準は式 3.148 に式 3.158, 式 3.159 を代入し,

$$\begin{aligned} \Delta_{B|A}^2 X \Delta_{B|A}^2 P &= \left(\min_{g_X} \langle \Delta^2 (X_B - g_X X_A) \rangle \right) \left(\min_{g_P} \langle \Delta^2 (P_B - g_P P_A) \rangle \right) \\ &= \left(\langle \Delta^2 X_A \rangle - \frac{\langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle^2}{\langle \Delta^2 X_A \rangle} \right) \left(\langle \Delta^2 P_A \rangle - \frac{\langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle^2}{\langle \Delta^2 P_A \rangle} \right) < 1 \end{aligned} \quad (3.160)$$

となる。本実験では、時間領域測定では Alice, Bob それぞれで得られたパルスから直交位相振幅値を読み出すため、 $\hat{X}_A, \hat{X}_B, \hat{P}_A, \hat{P}_B$ を直接測ることができる。そのため、得られた $\hat{X}_A, \hat{X}_B, \hat{P}_A, \hat{P}_B$ の値から共分散行列

$$\gamma = \begin{pmatrix} \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle \end{pmatrix} \quad (3.161)$$

が得られる。この共分散行列を用いて式 3.160 を計算し、エンタングルメントの相関の強さの判定を行った。

一方、周波数領域では $\langle \Delta^2 (X_B - X_A) \rangle, \langle \Delta^2 (P_B + P_A) \rangle$ のノイズの大きさを測るため、 $\hat{X}_A, \hat{X}_B, \hat{P}_A, \hat{P}_B$ を直接測ることはできない。そのため、周波数領域測定での EPR-Reid 基準の判定は、 $g_X = 1, g_P = -1$ として行った。

第4章

ホモダイナ検出器の作製

本章では、直交位相振幅エンタングルメントやスクイーズド光の検出に用いたホモダイナ検出器の作成と、自作したホモダイナ検出器の特性評価について述べる。

4.1 時間領域測定のためのホモダイナ検出器

周波数領域測定のために使っていたホモダイナ検出器 [62] では、低周波領域で高い信号対雑音比にするための回路設計を行った。しかしそれと引き換えに検出器の帯域は狭くなり、時間応答が遅くなるという問題があった。そこで、回路は [63] を参考に作り直した。作成した検出器の回路図を図 4.1 に、ホモダイナ検出器の実際の写真を図 4.2、図 4.3 に示す。

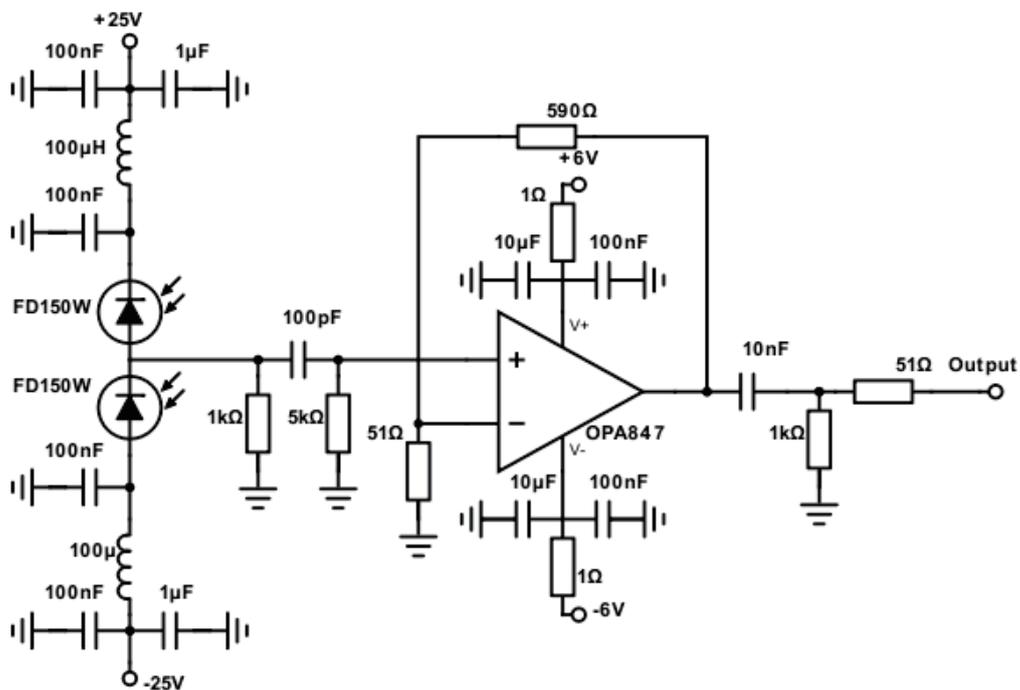


図 4.1: ホモダイナ検出器の回路図



図 4.2: 自作したホモダイン検出器の全体図. 関数電卓は大きさの比較用.

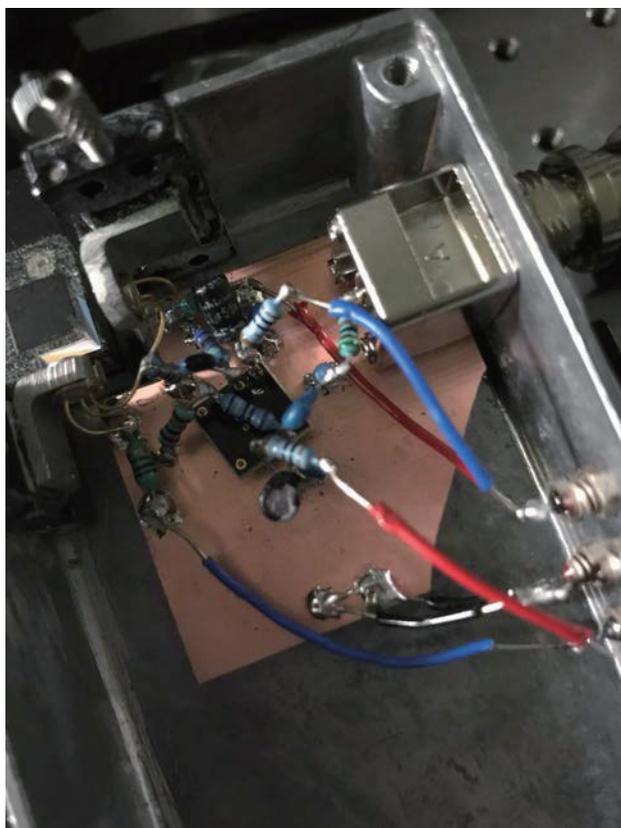


図 4.3: 回路の部分の拡大.

回路はフィルタ回路とオペアンプの非反転増幅回路で構成されている。フィルタ回路は電源からフォトダイオードへの雑音、オペアンプの電源からオペアンプへの雑音、オペアンプの入力や出力信号での雑音を防ぐ目的がある。さらに、回路の発振と熱雑音を防ぐために銅板に直接ハンダ付けし、空中配線を採用した。銅板はグラウンドにし、またオペアンプの放熱の際の熱浴としてオペアンプと銅板の間にシリコンを塗り、オペアンプと銅板が接するように置いた。回路作製の際には熱雑音を防ぐために回路自体の大きさがなるべく小さくなるようにハンダ付けを行った。

今回のホモダイナ検出器の作成に用いたオペアンプは Texas Instrument 社製の OPA847 である。OPA847 は利得帯域幅 (GB 積: Gain-Bandwidth 積) が 3.9 GHz と広帯域で、さらにスルーレートが $950 \text{ V}/\mu\text{s}$ で高速応答が可能である。オペアンプの電源には Kung Long Batteries 社の鉛蓄電池 (WP4-6, 6 V, 4 Ah) を 2 つ使用した。電池は直列つなぎにし、+ 極をオペアンプの V_+ につながるように、- 極をオペアンプの V_- につながるようにし、電池のつなぎ目とグラウンド (回路の銅板) に繋いで $\pm 6 \text{ V}$ の電圧がかかるようにした。非反転増幅回路の増幅率 G は外付けした抵抗の値で決まり、 $G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ という式で与えられる。今回は $R_1 = 51\Omega$, $R_2 = 590\Omega$ として、 $G = 12.6$ で作製した。[63] では $R_1 = 56.2\Omega$ だったが、これだと $G = 11.6$ となり、OPA847 のデータシートによると OPA847 は $G \geq 12$ で安定に動作することだったので変更した。GB 積は一定のため、 G が上がると帯域幅が下がってしまうが、データシートによると $G = 12$ で利得が半分に減る (3 dB 下がる) 周波数は 600 MHz となっているので、問題ないと考えられる。

今回のホモダイナ検出器の作製で用いたフォトダイオードは Fermionics 社の FD150W である。周波数領域測定をメインに行っていた時 [62] では量子効率の高さを重視して浜松ホトニクス社の G10899-003K を用いていたが、G10899-003K では時間応答の遅さから各パルスを独立に測定できなかつたため、変更した。FD150W は受光径 $150 \mu\text{m}$ で端子間容量が 1.5 pF なのに対し、G10899-003K では受光径 $300 \mu\text{m}$ で端子間容量が 10 pF である。端子間容量は受光面積にほぼ比例し、また応答速度 (光の入力に対する上昇時間) は端子間容量とパッケージ容量の和と負荷抵抗によって決まり、容量が小さいほど応答速度が高くなる。そのため、端子間容量の小さい FD150W の方が応答速度が速く、時間領域測定に向いていると言える。今回用いた FD150W は PIN 型フォトダイオードで、P 層と N 層の間に高い抵抗の I 層がある。この I 層が空乏層として働く。フォトダイオードには $\pm 25 \text{ V}$ の逆バイアスがかかることで空乏層の接合容量を小さくすることで高速応答させた。逆バイアスにかかる直流電源には Texio 社の直流安定化電源 PA36-1.2B を用いた。従来本研究室にあった直流電源では 16 V までしか逆バイアスをかけられなかったが、本電源装置によって FD150W で耐えられる最大の逆バイアスである 25 V まで逆バイアスをかけられるようになり、応答速度を高められるようになった。

ホモダイナ検出器の性能評価には周波数特性と時間領域での特性評価の両方を行なった。周波数特性の評価では入射強度を変化させてスペクトルアナライザで周波数スペクトルを取り、入射強度に対して各周波数での応答が線形になっているかを見た。時間領域での特性評価では隣り合うパルス間の相関係数、取り込んだパルス列から得た直交位相振幅値の分散の入射強度に対する線型性を見た。性能評価を行う際にはまずホモダイナ検出器を設置する。LO 光の光軸上にホモダイナ検出器を置き、その後ホモダイナ検出器の前に $f = 75 \text{ mm}$ のレンズを置き、LO 光が全て受光面に入るようにビームを絞った。またホモダイナ検出器では 2 つのフォトダイオードに等しく光を入れる必要があるが、これをするためにレンズとホモダイナ検出器の間に偏光ビームスプリッター (PBS) を置き、レンズの手前に半波長板を置いて、半波長板と PBS を用いて 2 つのフォトダイオードに等しい強度で光が入るようにした。LO 光がホモダイナ検出器に適切に入っていることを確認するために、ホモダイナ検出器とレンズと PBS を置いた後に片方ずつのフォトダイオードに光を入れて量子効率を測った。量子効率は η_q とすると、

$$\eta_q = \frac{\hbar\omega[J]A[c/s]}{W[J/s]e[c]} \quad (4.1)$$

$$\simeq 1.17 \times \frac{\text{Photocurrent(A)}}{\text{Averageinputpower(W)}} \quad (4.2)$$

と定義される。ここで A は検出器のフォトダイオードの電流値、 W はレーザーの平均強度である。1.17 という数字は波長 1063 nm で計算した。今回用いたホモダイナ検出器で使っているフォトダイオードは Fermionics 社製の FD150W で、Fermionics 社のデータシートによると波長 1063 nm で約 0.7 (A/W) とあるため、量子効率 η_q は、82% 前後であると考えられる。しかし実際は 90% 前後であった。

4.2 ホモダイナ検出器の性能評価

作製した2台のホモダイナ検出器の周波数特性、時間領域での特性の評価の手順を述べた後、特性評価の結果を示す。

4.2.1 周波数特性の評価の方法

エンタングルメントの周波数領域測定ではホモダイナ検出器から出た信号をスペクトラムアナライザで測定する。その際は 5 MHz の信号のみを見るが、時間領域測定では光源の繰り返し周波数（本実験で使っている光源だと繰り返し周波数 86.6 MHz）の2倍以上の帯域を持つ広帯域なホモダイナ検出器が必要になる。そのため、ホモダイナ検出器の周波数特性を見る際にはスペクトラムアナライザの帯域を 0 MHz から 200 MHz に設定し、ノイズスペクトルを記録する。この時のスペクトラムアナライザの設定は分解能帯域幅 (RBW) 1 MHz, ビデオ帯域幅 (VBW) 100 MHz, 中心周波数 100 MHz, スパン 200 MHz, 掃引時間 1 s にしている。

ホモダイナ検出器に光を入れてからバランスさせる際は、掃引時間が 1 s だと調整がしづらいので、設定を変える。そのときの設定は RBW は 1 MHz のままだが VBW を off にし、掃引時間を 100 ms とした。そうすると光源の繰り返し周波数とその2倍波のピークが出てくるので、その2つのピークが一番低くなるようにホモダイナ検出器の2つのフォトダイオードに光を分けるための PBS の手前にある半波長板を回して、分割比の調整を行う。ピークが一番低くなったらスペクトラムアナライザの設定を記録用に戻し、ノイズスペクトルの記録をする。これを入射強度を変えて行なった。バランスは入射強度を変える毎に行なった。

4.2.2 時間領域測定での性能評価の方法

時間領域測定ではオシロスコープにホモダイナ検出器をつないで波形の取り込みを行う。その際には図 4.4 のようにホモダイナ検出器から BNC ケーブルをオシロスコープに繋ぎ、さらにスペクトラムアナライザにも繋ぐ。この時、オシロスコープの入力インピーダンスを 1 M Ω にしてオシロスコープに T 字のコネクタをつないでいる。ホモダイナ検出器からデジタルオシロスコープに繋ぐまでの間にローパスフィルター (Mini-Circuits BLP-250+) を繋いでいる。このローパスフィルターは 225MHz でカットオフされるようになっており、高周波ノイズを防ぐ役割を持っている。デジタルオシロスコープからスペクトラムアナライザにも繋いでいるのは、バランスさせる際に用いるためである。光源のノイズ対策（詳細は 5.6 章）を行う前はデジタルオシロスコープで波形を確認し、波形の振幅が最も小さくなるようにしてい

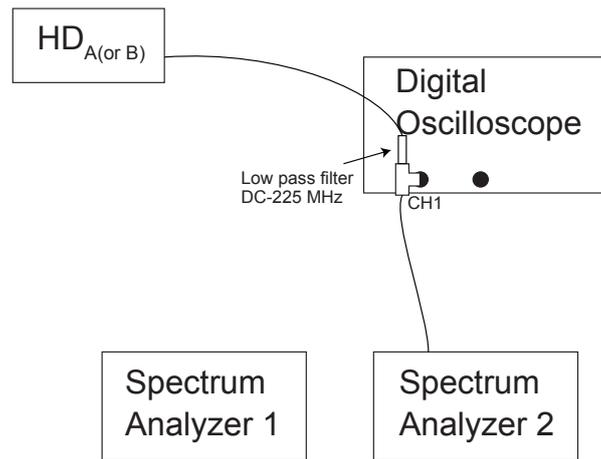


図 4.4: ホモダイン検出器の時間領域測定での性能評価の際の繋ぎ方.

だがノイズ対策を行うようになって以降は、レーザー由来の 200 kHz のノイズを消すためにスペクトラムアナライザ 2 の設定を中心周波数 200 kHz, スパン 100 kHz, RBW 1 kHz, VBW 1 kHz に設定し、30 ms の掃引時間で 200 kHz 付近のノイズを見ながらホモダイン検出器前の半波長板を動かし、ノイズが最も小さくなるように調整した。バランスが完了したら波形の取り込みを行う。この時のオシロスコープの設定はサンプリングレートが 10G sample/s, 時間窓 100 μ s とした。レーザー光源からの波形をチャンネル 3 に取り込み、外部信号としてトリガーをかけるのに用いた。時間窓 100 μ s で single acquisition のボタンを押すと、1 回の取り込みが行われる。

デジタルオシロスコープから得られた 1000000 個の電圧値のデータ ($10 \times 10^9 \times 100 \times 10^{-6}$) は 8655 発 (レーザーの繰り返し率が約 86.6 MHz であることから) のパルスのデータを含んでおり、ここから 8655 個の直交位相振幅値を得る。具体的には、1000000 個のデータを 115 個もしくは 116 個ずつに区切り、1 つの区切りの中で電圧値を積分し、それを 115 (もしくは 116) で割って平均値を得る。すると、8655 個の電圧値のデータができる。しかし、ただ初めから 1 個目から 115 個 (もしくは 116 個) ずつ区切るだけだと、本当に 1 つ 1 つのパルスごとに区切ることができているとは言えず、1 つのパルスを 2 つに分けてしまっている可能性もある。そこで、1 つ 1 つのパルスを正しく区切る (最適な時間感覚で区切る) ために、[63] で導入されている隣り合うパルスとの間の相関係数を計算する方法をとった。図 4.5 (a) のように、0 から 116 点 (もしくは 115 点) ずつ区切ったとしても、1 つのパルスが 2 つに分かれてしまっている。この時、隣の区切りとの間に相関を持ってしまう。しかし、(b) のように区切り位置を初めから 30 点ずらしたとして、そこから 116 点 (もしくは 115 点) 区切っていくと、1 つ 1 つのパルスを区切っていくことができる。このように、初めから何点ずらすかを offset と呼んで、offset 0 で 8655 個の区切りを作り、8655 個の電圧値のデータから隣り合う区切りとの間の相関係数を求め、次に offset 1 で 8655 個の区切りを作り、隣り合う区切りとの間の相関係数を求め、次に offset 2 で…というように、offset をずらすごとに隣り合う区切りとの相関係数を求めた。そして最も相関係数が低く、なおかつ 0 に近い offset を最適な区切り位置として、その区切り位置での 8655 個の電圧値のデータを直交位相振幅値の読み出しに使った。ホモダイン検出器の性能評価では電圧値の分散の入射強度に対する依存性を見た。

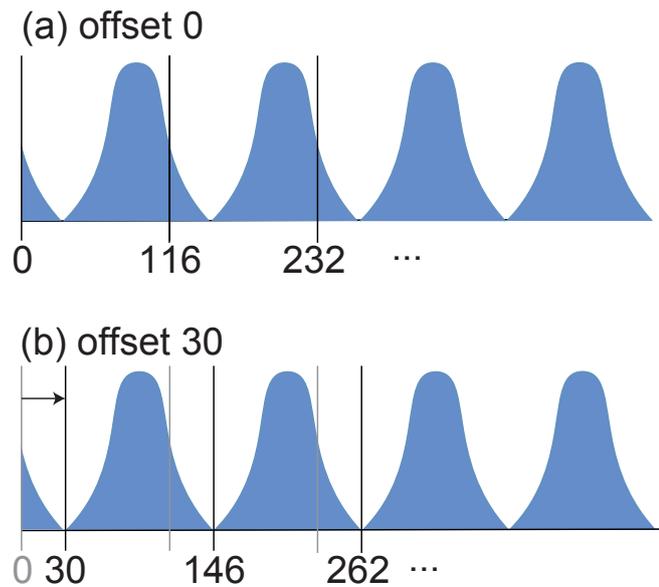


図 4.5: パルスの区切り位置を探すイメージ図. (a) offset が 0 の時の区切り方. (b) offset が 30 の時の区切り方.

4.2.3 HD_A (Alice 側のホモダイナ検出器) の周波数特性

HD_A をスペクトラムアナライザに繋ぎ、入射 LO パワーを変化させてノイズスペクトルを取ったものを図 4.6 に示す. この時の量子効率 は + 側のフォトダイオードが 92.1 %, -側のフォトダイオードが 90.5 % だった. 入射強度はホモダイナ検出器に光を入れて、バランスさせた際の片側の PD の電流値として示している. 0 mA は光を入れていない時のアンプノイズを示している. どちらもスペクトラムアナライザの設定は分解能帯域幅 (RBW) 1 MHz, ビデオ帯域幅 (VBW) 100 MHz, スパン 200 MHz にしている. (a) は横軸を信号強度としていて, (b) は規格化した信号強度としていて, これは各電流値でのスペクトルを dB 表記からリニアに戻してアンプノイズを引いた後, 0.1 mA でのノイズスペクトルを基準として他の電流値でのノイズスペクトルを割ったものである. 各トレースの色は (a) と対応している. (b) を見ると, 0.4 mA あたりから徐々に周波数応答が飽和しており, また 150 MHz あたりから信号対雑音比が悪くなっていることがわかる.

4.2.4 HD_A (Alice 側のホモダイナ検出器) の時間領域測定での特性

時間領域測定では, 一定時間で取り込んだパルス列から個々のパルスで時間積分を行い, 1 つのパルスで 1 つの積分値を得る. 1 つ 1 つのパルスは独立したモードであるため, 前後のパルス間に相関は持たない. そのため, 1 回 1 回独立したエンタングルメント測定を行うためには, 1 つ 1 つのパルスを独立に測定できる検出器が必要である. ホモダイナ検出器が時間領域測定に使えるかの性能評価には, 以下の点を見れば良い.

- n 番目と $n + m$ 番目のパルスについて, $|m| > 0$ の時の相関係数が 0 に近いか
- パルス列から得た積分値の分散が入射強度に応じて線形に増えているか

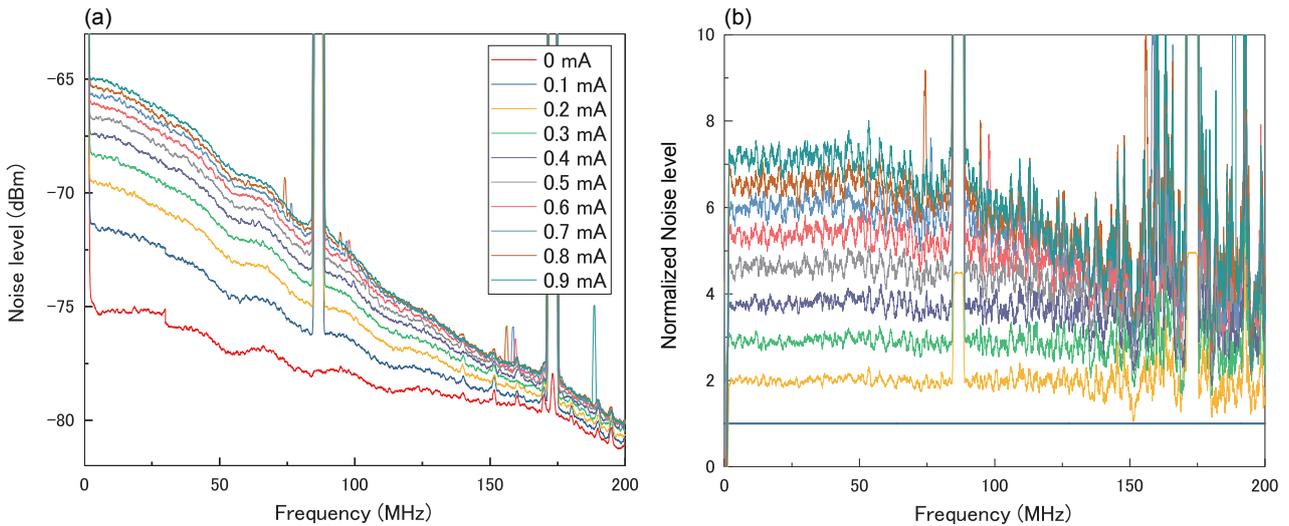


図 4.6: HD_A の周波数特性. (a) 200 MHz までのノイズレベル. (b) PD の電流値が 0.1 mA になる入射強度でのノイズスペクトルで他の入射強度でのノイズスペクトルを割ったもの.

まず正しい区切り位置を探すために、図 4.4 にあるように offset を 1 つずつずらし、その度に 8655 個のパルスについて隣り合う区切りとの間の相関係数を求めることを繰り返し、最も相関係数が下がるところを見つける。図 4.7 は入射強度を変化させた時の offset を変えて相関係数を計算した結果である。入射強度は周波数特性を見た時と同様にバランスさせた際の片側の PD の電流値として示している。offset が 15 あたりにピークが来て、0.4 mA までは offset 90 前後で最も相関係数が低くなるが、0.5 mA と 0.6 mA では offset 100 あたりに最小値が来るようになり、0.7 mA より高い入射強度では offset が 30 付近と 100 付近でディップが発生している。ディップが出ていない入射強度 (0.4 mA) と出ている入射強度 (0.8 mA) での取り込んだ波形を図 4.8 に示す。入射強度が高くなると時間応答が遅くなるため、立ち下がりが遅くなる。よって隣のパルスの影響を受けやすくなっていると考えられる。

図 4.9 は offset を 79 に固定し、その時の隣り合うパルスとの相関係数を示したものである。入射強度に対して相関係数に大きな変化は出なかった。図 4.10 は同じく offset 79 を区切り位置として固定し、その際の 8655 発のパルスから得た電圧値の分散を示している。0.6 mA を超えたあたりから飽和が見られる。

図 4.11 は PD 電流値を 0.6 mA とした時の n 番目と $n+m$ 番目のパルス間の相関係数を、 $|m| \leq 5$ として計算した結果である。隣り合うパルスとの相関係数だけでなく 2 個先、3 個先などのパルス間に相関を持っていないかを確認した。 $|m| = 1$ は隣り合うパルスとの相関係数であり、0.076 という値であった。 $|m| > 1$ では相関係数がほぼ 0 となっており、相関は無視できるくらいに小さいと見ていい事がわかる。

4.2.5 HD_B (Bob 側のホモダイナ検出器) の周波数領域特性

次に HD_B でも同様の性能評価を行った。 HD_B をスペクトラムアナライザに繋ぎ、入射 LO パワーを変化させてノイズスペクトルを取ったものを図 4.12 に示す。この時の量子効率 は + 側のフォトダイオードが 89.4 %、- 側のフォトダイオードが 87.9 % だった。スペクトラムアナライザの設定や測定方法は HD_A と同じため、省略する。こちらでも (b) を見ると、150 MHz あたりから信号対雑音比が悪くなっている。

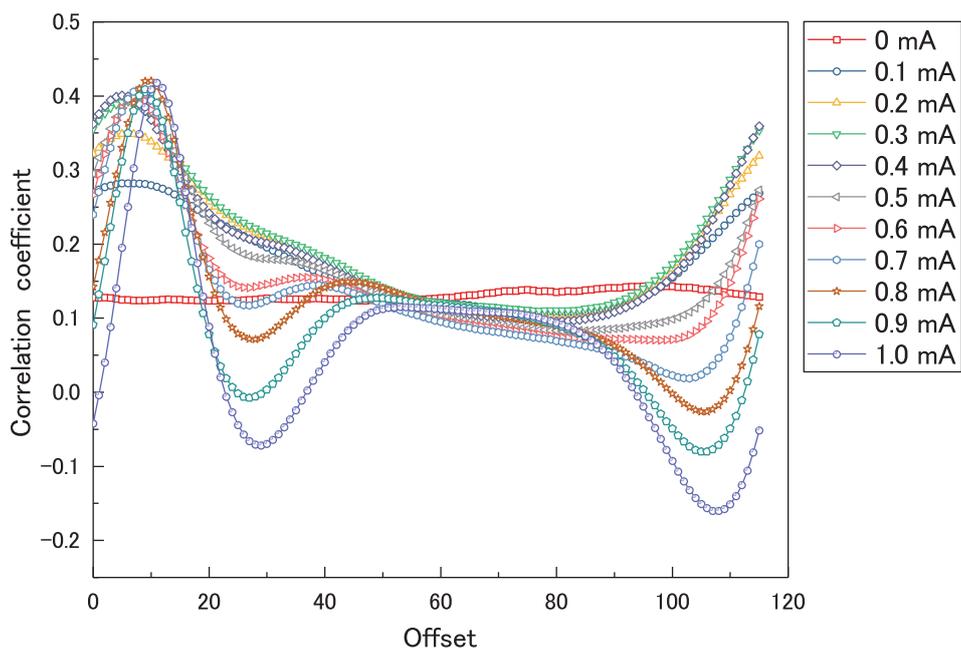


図 4.7: HD_A で offset を変えていった時の、それぞれの入射強度での隣り合う区切りとの間の相関係数の変化の様子。

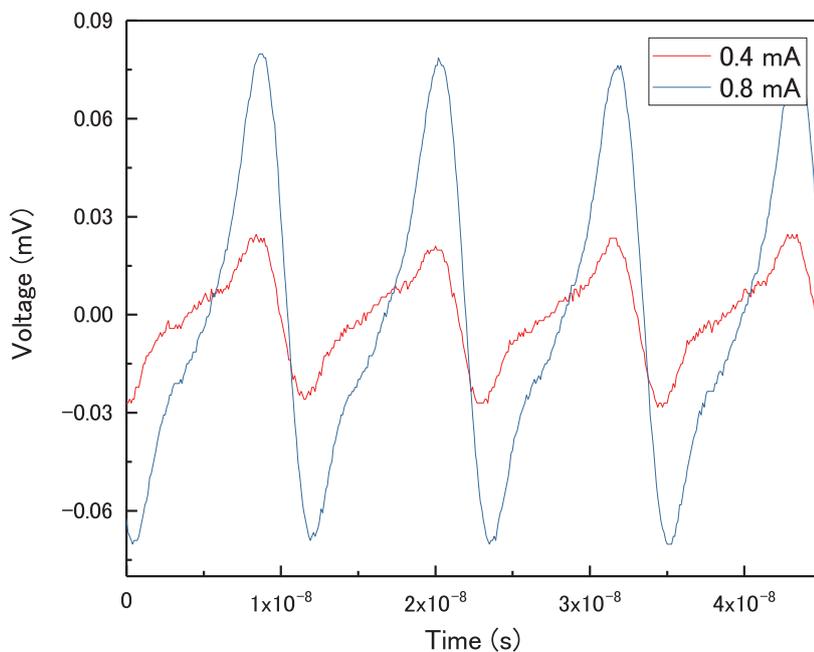


図 4.8: PD 電流値が 0.4 mA, 0.8 mA の時のバランスしたホモダイン検出器 (HD_A) で取り込んだ波形。

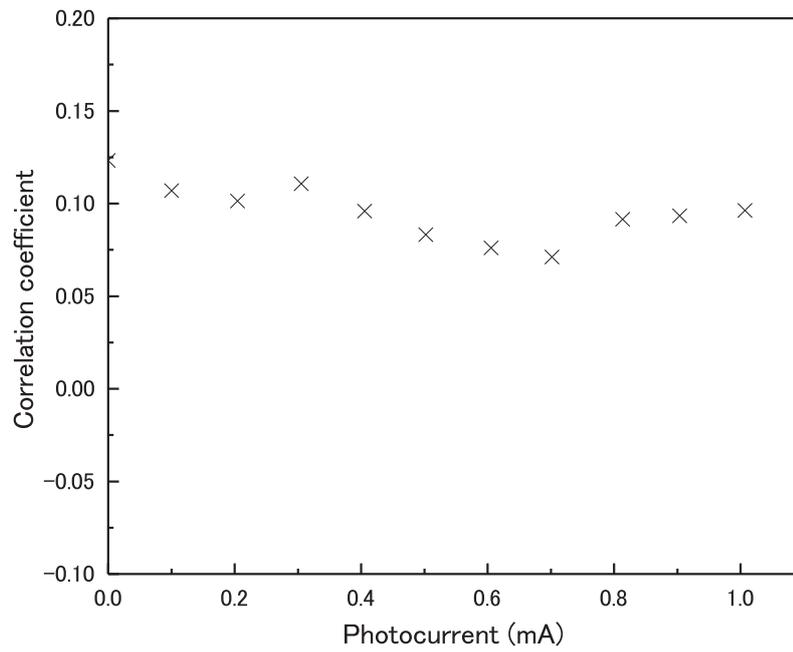


図 4.9: HD_A で入射強度を変化させた時の隣り合うパルスとの間の相関係数.

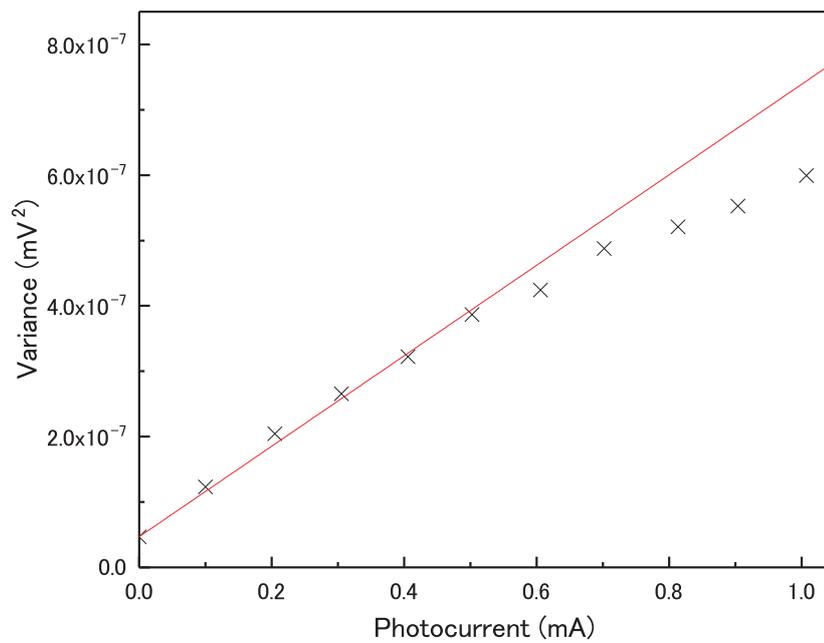


図 4.10: HD_A から得た 8655 個の電圧値の分散の入射強度に対する依存性.

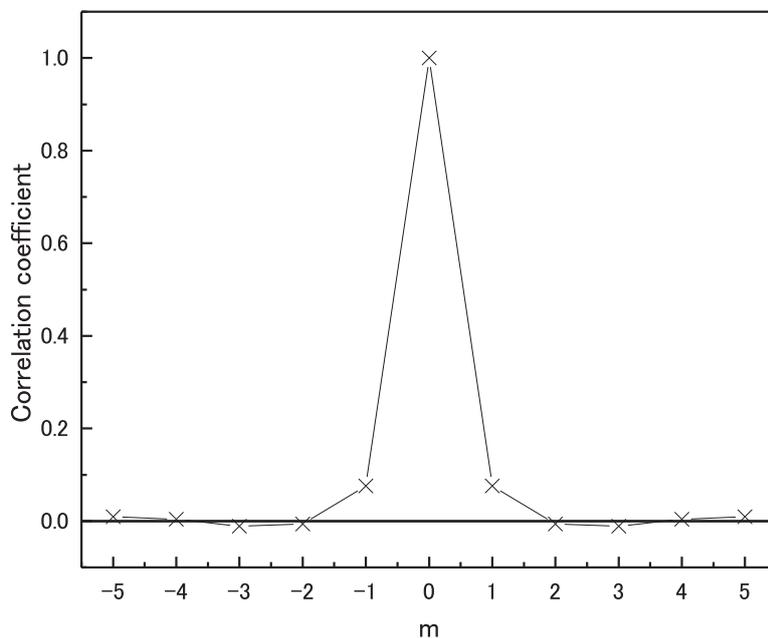


図 4.11: $|m| \leq 5$ とした時の HD_A で取り込んだ n 番目と $n + m$ 番目のパルス間の相関係数.

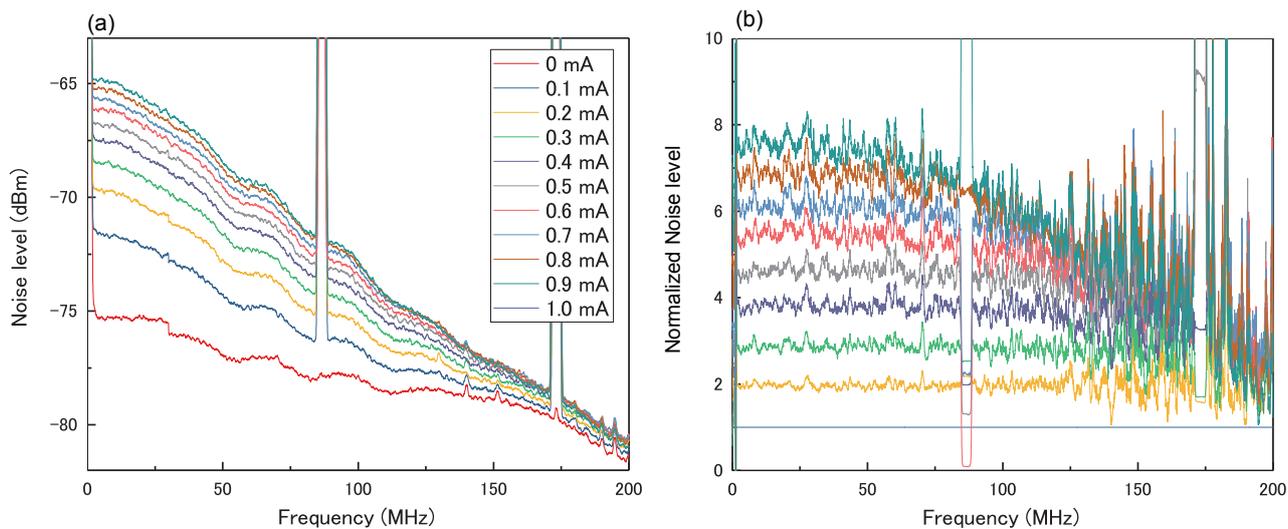


図 4.12: HD_B の周波数特性. (a) 200 MHz までのノイズレベル. (b) PD の電流値が 0.1 mA になる入射強度でのノイズスペクトルで他の入射強度でのノイズスペクトルを割ったもの.

4.2.6 HD_B (Bob側のホモダイナ検出器)の時間領域測定での特性

HD_Bでも時間領域測定での性能評価を行った。この時の測定方法もHD_Aと同じである。図4.13は入射強度を変化させた時のoffsetを変えて相関係数を計算した結果である。入射強度は周波数特性を見た時と同様にバランスさせた際の片側のPDの電流値として示している。HD_Aと違ってピーク的位置がだんだんと後退している一方で、最小値は0.1 mAでは100前後なのに対してだんだんと前にシフトしている。さらに、0.5 mA以上ではoffset 20付近にディップが現れている。ディップが出ていない入射強度(0.3 mA)と出ている入射強度(0.7 mA)での取り込んだ波形を図4.14に示す。波形を見ると、0.3 mAの時は立ち下がりから次のパルスが来るまであまり下がることはないが、0.7 mAでは2段階に分かれて下がっているように見える。

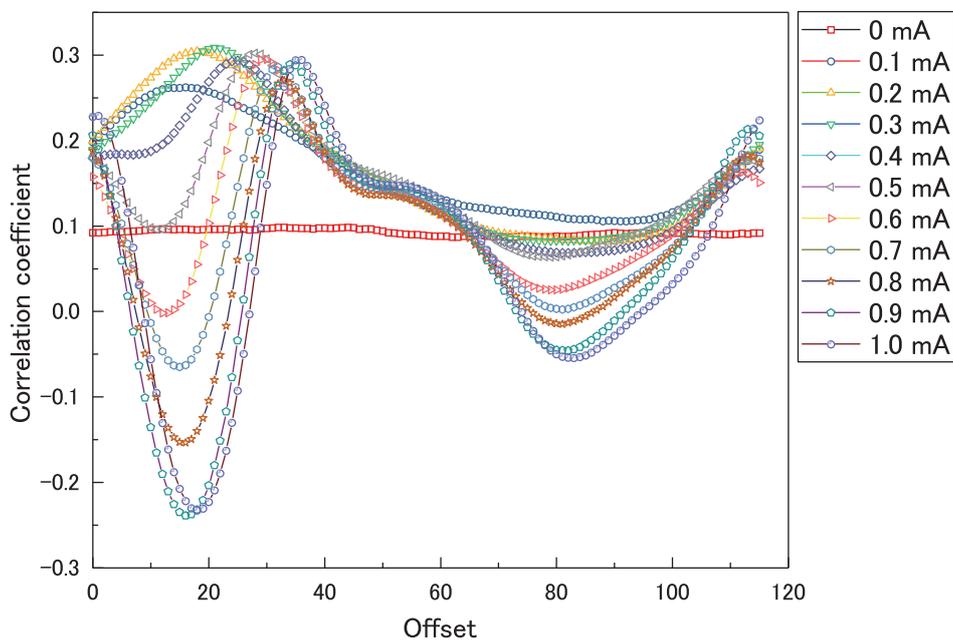


図 4.13: HD_B で offset を変えていった時の、それぞれの入射強度での隣り合う区切りとの間の相関係数の変化の様子。

図 4.15 では offset を 83 に固定し、その時の隣り合うパルスとの相関係数を示したものである。入射強度に対して相関係数に大きな変化は出なかった。図 4.16 は同じく offset 83 を区切り位置として固定し、その際の 8655 発のパルスから得た電圧値の分散を示している。0.7 mA を超えたあたりから直線を外れてしまっている。

図 4.17 は PD 電流値を 0.5 mA とした時の n 番目と $n+m$ 番目のパルスとの相関係数を、 $|m| \leq 5$ として計算した結果である。隣り合うパルスとの相関係数だけでなく 2 個先、3 個先などのパルス間に相関を持っていないかを確認した。 $|m| = 1$ は隣り合うパルスとの相関係数であり、ここでの値は 0.079 となった。図 4.17 の時と同様に $|m| > 1$ では相関係数は 0 に近く、相関は無視できるくらいに小さいと見ていい事がわかる。

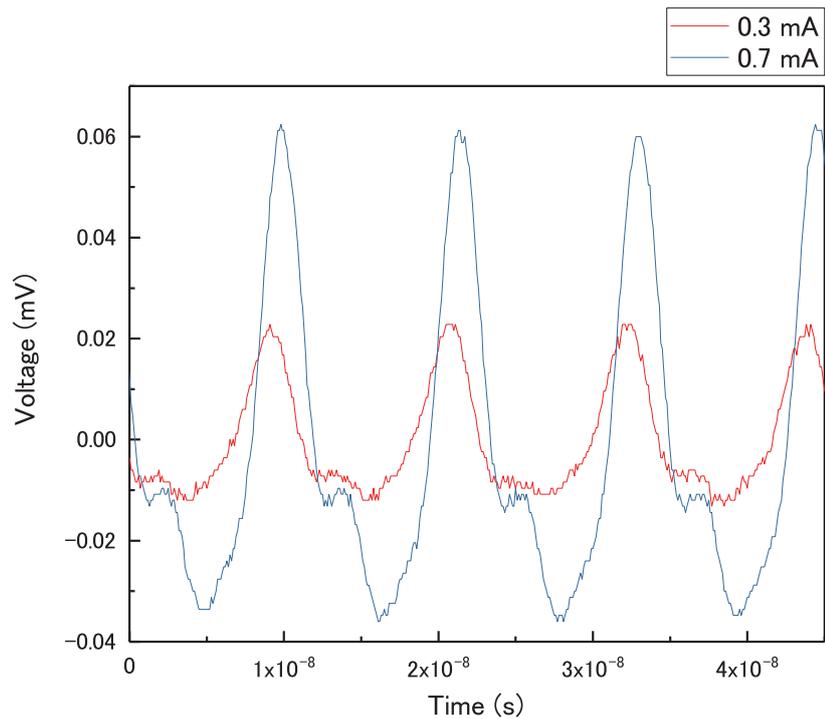


図 4.14: PD 電流値が 0.3 mA, 0.7 mA の時のバランスしたホモダイン検出器 (HD_B) で取り込んだ波形.

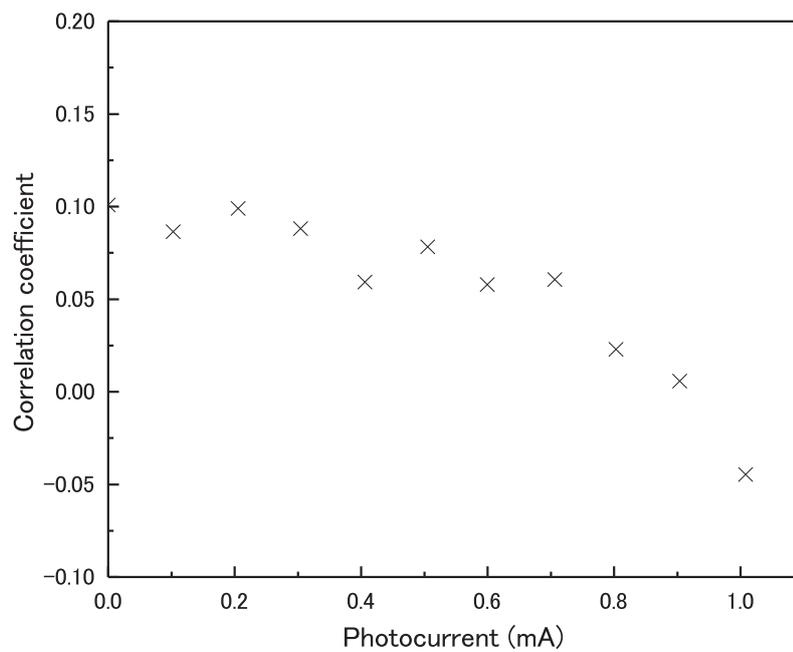


図 4.15: HD_B で入射強度を変化させた時の隣り合うパルスとの間の相関係数.

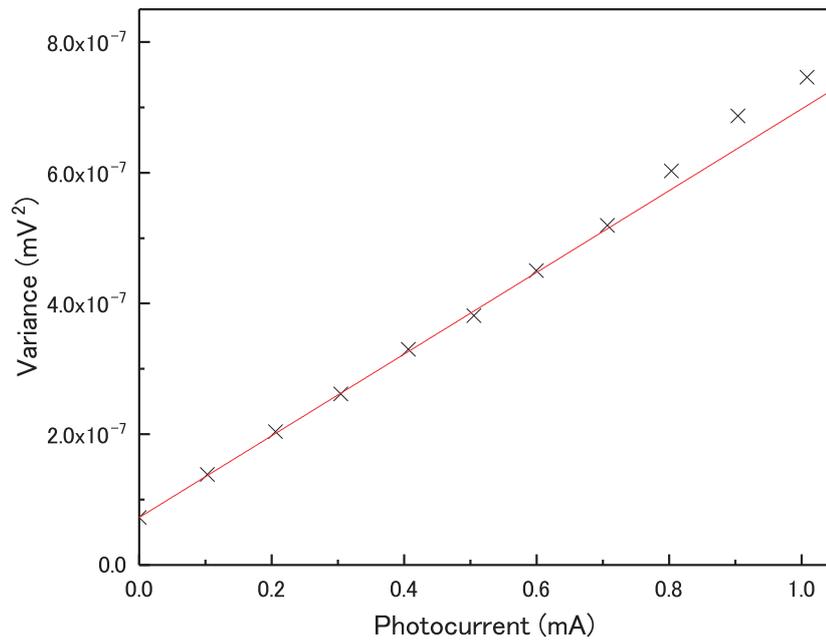


図 4.16: HD_B から得た 8655 個の電圧値の分散の入射強度に対する依存性.

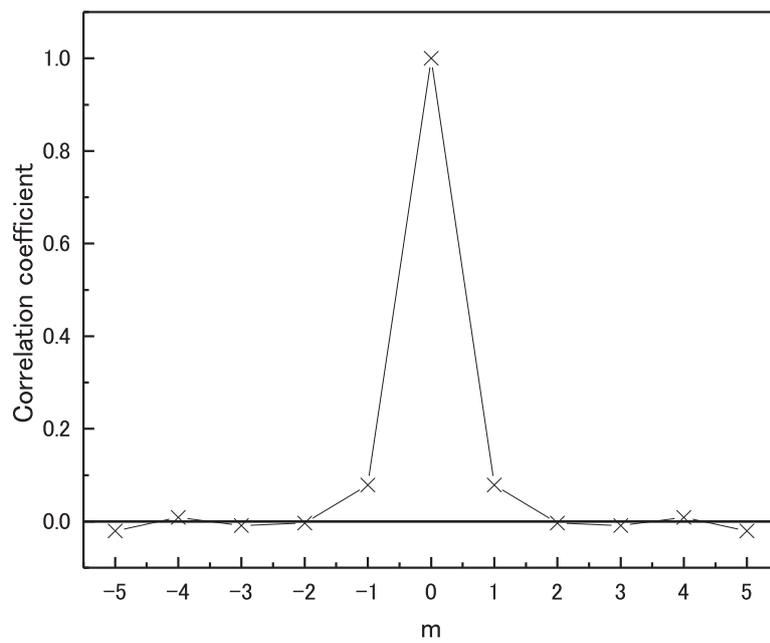


図 4.17: HD_B から得た 8655 個の電圧値の分散の入射強度に対する依存性.

4.3 本章のまとめ

本章では、直交位相振幅エンタングルメントやスクイズド光の検出に必要なホモダイナ検出器を自作したときの回路図・実際の回路の写真も用いて自作した時の様子や用いたフォトダイオード、オペアンプの特性について述べた。次にホモダイナ検出の周波数領域測定・時間領域測定における特性評価の方法について述べ、実験に使えるものかどうかの評価を行なった結果について述べた。

Alice 側のホモダイナ検出器、Bob 側のホモダイナ検出器共にフォトダイオードの量子効率 η は 90 % 前後と、今回用いたフォトダイオードである FD150W のスペックシートに比べると高い量子効率を持つものであることがわかったが、どちらも周波数領域ではバランスしたフォトダイオードの電流値で 0.5 mA に当たる LO 強度よりも LO 光を強くすると飽和が見られるようになり、時間領域測定においても Alice では 0.5 mA あたりから、Bob では 0.7 mA あたりから飽和が見られるようになった。さらに、隣り合うパルスの相関係数の、区切り位置を変えた時の変化を見たところ、Alice では 0.7 mA あたりから、Bob では 0.5 mA あたりからディップが見られるようになっており、時間応答の悪さが現れていた。個々のパルスが独立に測定できるかについては、隣り合うパルスだと相関係数が Alice では 0.076、Bob では 0.079 となり、相関を少し残してしまっていることがわかった。ただし 2 個隣以降では無視できるくらいに相関が小さくなっていた。

結論としてこの 2 台のホモダイナ検出器は、全く使えないわけではないが、強い入射強度でも飽和しにくい回路にすることや時間応答を早くすることなど、さらなる改善の余地が見られた。

第5章

エンタングルメントの時間領域測定

本章では、エンタングルメントの時間領域測定の方法と解析方法について述べたあと、時間領域測定で EPR-Reid 基準を満たすエンタングルメントを測定するために行ったことについて述べる。

5.1 実験手順

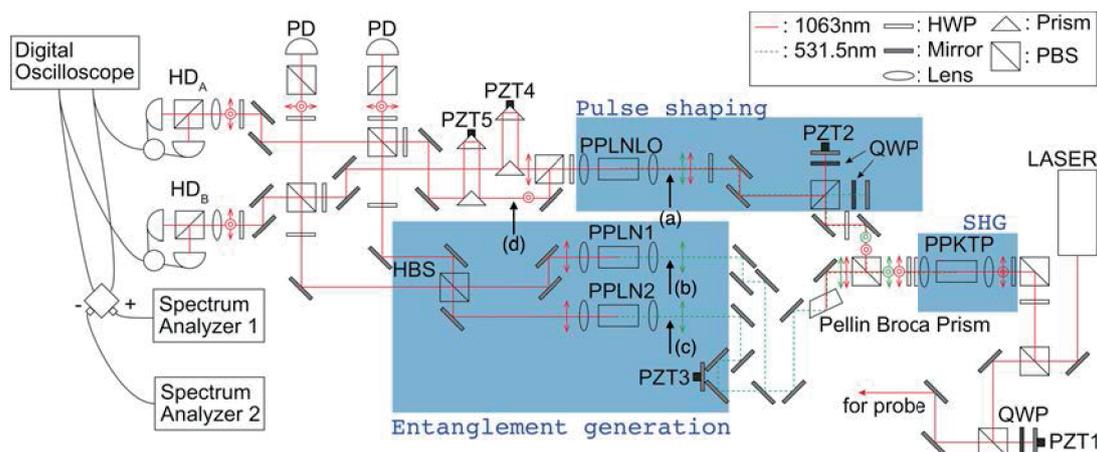


図 5.1: 実験配置図. HWP は半波長板, QWP は $\lambda/4$ 板, PBS は偏光ビームスプリッタ, PZT は piezo 素子, HBS はハーフビームスプリッタ, HD はホモダイン検出器, PD はフォトディテクタを表す. 図中に書き込まれている (a) から (d) までの矢印は光軸を開けたり閉じたりするためのメカニカルシャッターの位置を示している.

エンタングルメント測定で用いた光学系の配置図は図 5.1 の通りである. 光源は Montfort 社製の cw モード同期 Nd: YVO₄ (VAN) レーザー (M-PICO-LAB-Nd-VAN-1064-ps-100 Laser Head) を用いた. 光源の波長は 1063 nm, 繰り返し周波数は 86.5 MHz^{*1}, パルス時間幅は 8.4 ps である. 光源から出たレーザーはまずバルク型の周期分極反転 KTiOPO₄(PPKTP) 結晶で二次高調波発生 (SHG; Second harmonic generation) をさせる. ここで発生した二次高調波はその後の局部発振光 (LO 光; Local oscillator) のパルス時間幅を短くする際や, エンタングルメント生成の際に必要なスクイーズド光生成の際にパラメトリック増幅 (OPA; Optical parametric amplification) を行うため, その際のポ

^{*1} 時間によって変化するため, 時間領域測定の解析の際には LD コントローラーのフォトダイオードから得られた信号を周波数カウンタに入れてリアルタイムで繰り返し周波数を見た.

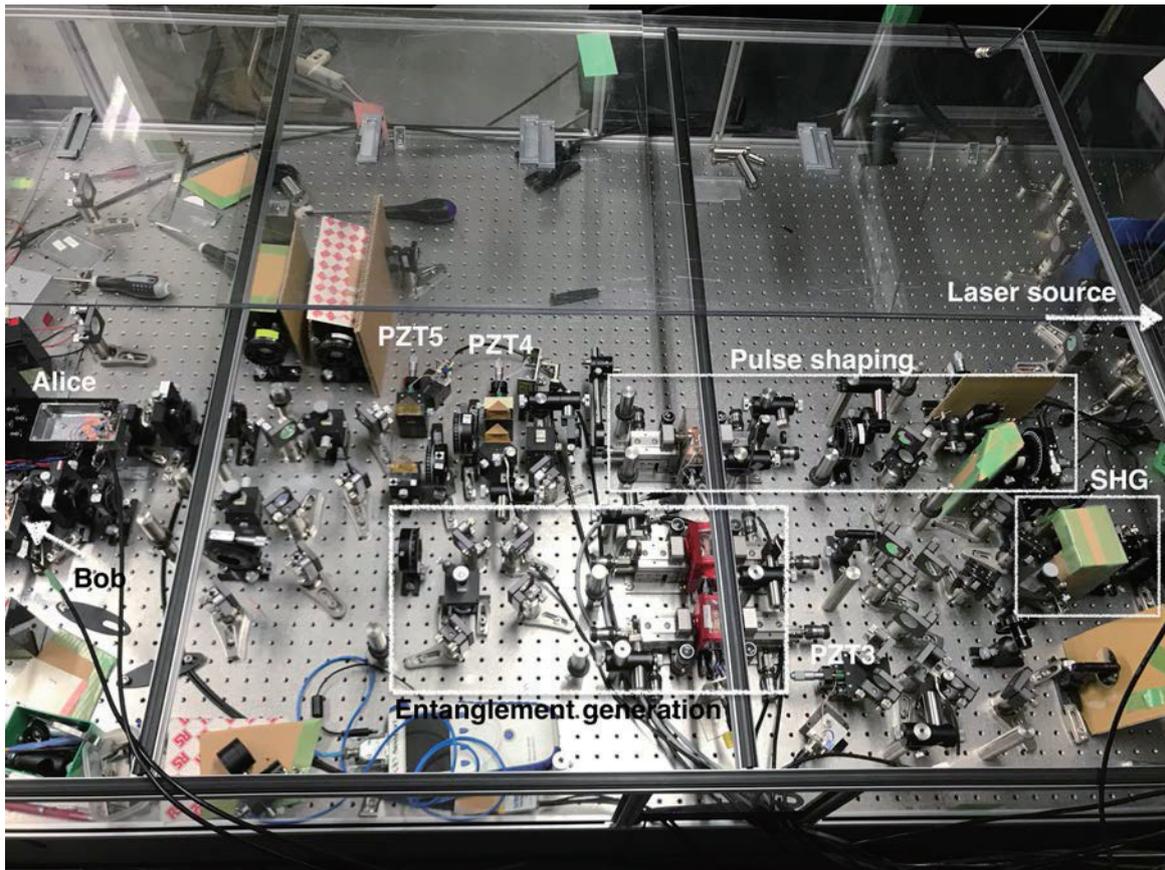


図 5.2: 光学系の写真. 四角で囲ったエリアや piezo 素子の位置は図 5.1 と対応している. 除震台の周りは測定の邪魔になる空調からの風を防ぐためにアクリルの板で囲み, フタができるようになっている.

ンプ光として使われる. PPKTP 結晶はペルチェ素子を敷いた凹型の銅板の溝に置かれ, ペルチェ素子の温度を変化させることで PPKTP の温度を変えることができるようになっている. PPKTP の温度は二次高調波発生の位相整合温度が低く, 結露する恐れがあるため少し高めに設定している.

生成した二次高調波は光導波路に送られる. これら 3 つの光導波路は日本ガイシ製の Type-0 周期分極反転 Mg-O 添加 LiNbO₄ 光導波路 (PPLN; Periodically poled lithium niobate) を用いており, 結晶の長さは PPLN1, 2 が 5 mm, PPLNLO が 4.8 mm である. PPLNLO だけ短いのは, 5 mm の結晶の端面がダメージを受けており, 再研磨したためである. いずれもコア径は $3 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$ である. これらの導波路も PPKTP 結晶と同様にペルチェ素子を敷いた凹型の銅板の溝に置かれ, ペルチェ素子によって結晶の位相整合温度に保たれている. このうち 2 つの PPLN 導波路 (PPLN1, 2) は PPKTP で生成した二次高調波 (531.5 nm) のみを入射し, パラメトリック増幅を起こして真空スクイズド光を生成する. 2 つの導波路から出射したスクイズド光はハーフビームスプリッターで重ね合わされる. ここで 2 つのスクイズド光を重ね合わせる際に PPLN2 の手前にある piezo 素子 (PZT3) に印加した電圧を調整することで 2 つのスクイズド光の相対位相を $\pi/2$ に合わせてエンタングルした光を発生させている. 残り 1 つの導波路 (PPLNLO) はホモダイン検出に必要な局部発振光 (LO 光) のパルス時間幅を短くし, エンタングルした光との時間的モードマッチを改善させるのに用いている. PPLNLO には PPKTP で変換されなかった 1063 nm の光を 531.5 nm の光をどちらも入射し, パラメトリック増幅を起こしている. パラメトリック増幅によってパルスのピークの部分を増幅させることで LO 光のパルス時間幅を短くするこ

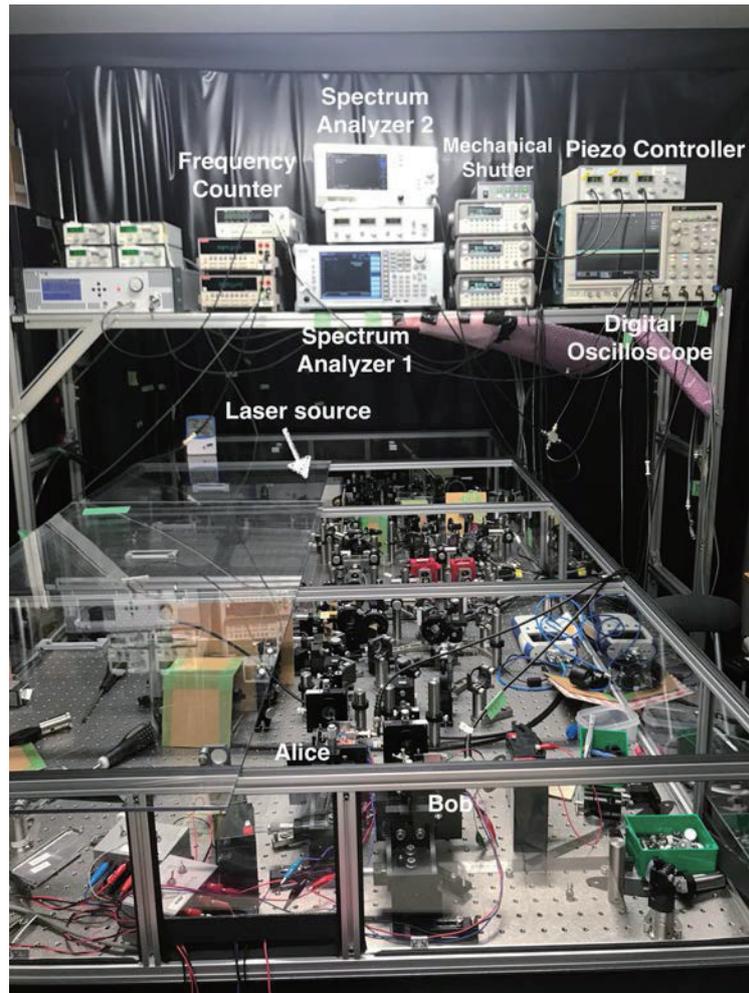


図 5.3: ホモダイン検出器側から見た光学系.

とができる.

導波路から出た LO 光は 2 つに分かれて Alice 側, Bob 側それぞれのホモダイン検出器 (HD_A , HD_B) に向かう. それぞれの検出器に向かう経路には piezo 素子のついたプリズム (PZT4, 5) があり, ここで piezo 素子にかけた電圧を変化させることで LO 光の位相を変えることができる.

LO 光とエンタングルメントはそれぞれ PBS で重ね合わされ, 2 台のホモダイン検出器で検出した. ホモダイン検出器から出た信号は BNC ケーブルをデジタルオシロスコープ (Tektronix, DPO7254) とスペクトラムアナライザ 1 (Anritsu, MS2830A) とスペクトラムアナライザ 2 (RIGOL, DSA815) に繋ぎ, 電圧値の強度を見ることでエンタングルメントの相関の強さやスキューニングの度合いを測定した.

5.2 エンタングルメント測定の方法

時間領域測定の方法は [28, 63] を参考にした. 図 5.4 のように 2 台のホモダイン検出器から BNC ケーブルをデジタルオシロスコープの別チャンネルにそれぞれ繋ぎ, デジタルオシロスコープは時間波形の取り込みに使った. この時, デジタルオシロスコープのそれぞれのチャンネルには T 型の BNC コネクタを繋ぎ, 枝分かれしている所の片方をホモダイン検出器からの BNC ケーブルと繋ぎ, もう片方にはもう一本ずつ BNC ケーブルを繋いだ. これらは和と差を取るための高周波分配合成器 (R&K HYB2CA) の

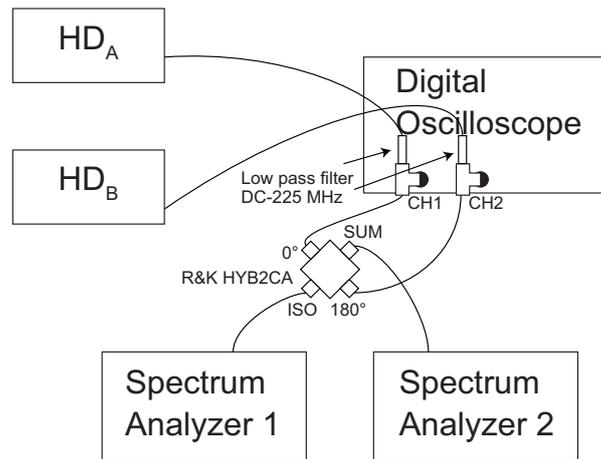


図 5.4: 時間領域測定を行う際のコホダイン検出器、デジタルオシロスコープ、スペクトラムアナライザの繋ぎ方の詳細。

0° と 180° のポートに繋ぎ、高周波分配合成器の SUM (和) と ISO (差) のポートはそれぞれ 2 台のスペクトラムアナライザに繋いだ。時間領域測定の手順の詳細を以下に示す。

光学系の調整

相関の強いエンタングルメント測定を行うためには、全体の検出効率 η を上げる必要がある。後述する式 5.22 にもあるように、 η は光学系の透過率や導波路の透過率だけでなく、エンタングルした光と LO 光との間の visibility やコホダイン検出器の量子効率も関わってくる。また、パラメトリック増幅のような非線形光学効果を導波路で起こす際には、導波路のカップリング効率も高くないと行かない。そのため、実験を行う日にはまず準備として以下のことを行う。

1. Visibility 測定の際に使う 1063 nm の光 (図 5.1 の for probe と書いてある光) と実際のスクイーズド光生成に使うポンプ光 (531.5 nm) の間の光路長を合わせる (両方の経路の光路長が合っていないと、Probe と LO の光路長が合ってもポンプと LO の間の光路長が合っていないと検出の際の時間モードミスマッチが起きてしまい、検出されるスクイージングレベルが下がってしまう)。
2. LO のパラメトリック増幅を起こす光学系で、シード光とポンプ光の間の光路長を合わせる (LO 光のパルスの形を変えずにパルスシェイプを起こすようにするため)。
3. 3 本の導波路を通った後の光軸の間の visibility を測定し、それぞれの経路を通った光の空間モード・時間モードが合っているかを確認
4. コホダイン検出器が LO 光の光軸上で最も量子効率が高くなるように適切に置かれているかどうかを確認
5. 3 本の導波路全てにポンプ光を入射し、ポンプ光のカップリングが最も高くなるように導波路の手前のレンズを調整する

1. のポンプ光とプローブ光の間の光路長を合わせる際は、PPLN1 にポンプ光とプローブ光 (水平偏光) の両方を入射し、導波路のカップリングはポンプ光に最適化する。PZT1 にかかった電圧をファンクションジェネレーターと繋がったピエゾコントローラーの電圧を矩形波で振ることでプローブ光の位相を周期的に変化させ、出て来るシグナル・アイドラー光の増幅・減衰の様子をフォトディテクタ (PD) で確認

し、最も減衰が大きくなるように PZT1 を取り付けられたミラーにあるマイクロメーターを動かし、プローブ光の光路長をポンプ光に合わせる。この時 PD はデジタルオシロスコープに繋ぎ、デジタルオシロスコープの電圧値を読み取ることで増幅と減衰の値を読み取る。デジタルオシロスコープのサンプリングレートは 1k sample/s, 時間窓は 1 秒に設定する (この設定は 2. と 3. でも同様である)。

2. では LO 光で同じようにポンプ光とシード光を入射し、PZT2 の位相を PZT1 と同じように周期的に変化させて出て来る光の増幅・減衰を PD で見て減衰が最も大きくなるように PZT2 を取り付けられたミラーにあるマイクロメーターを調整する。

3. では 3 本の導波路を通る光軸に対し、

- PPLN1 を通った光と PPLN2 を通った光
- PPLN2 を通った光を PPLNLO を通った光
- PPLN1 を通った光と PPLNLO を通った光

の間の visibility を測定し、PPLN2 を通った光を基準として残り 2 本の導波路を通った光の光軸を合わせていく。この時、全ての導波路に入射する光は波長 1063 nm の水平偏光である。実験で用いた 3 本の導波路は Type-0 位相整合のため、水平偏光で最も二次高調波が発生する。しかし、visibility 測定の際には二次高調波が発生してしまうと、導波路の先では 532 nm を捨てる光学素子を用いているために 1063 nm の光の空間モードが悪くなってしまうため、二次高調波が発生しないくらいに弱い光を入れる。この時導波路のカップリングはどれも 1063 nm で最も上がるように最適化する。それぞれの経路を通った光の間の干渉は PD で見る。干渉を見る際は片方の光軸上のピエゾ素子の電圧を振り、位相を変化させ、強めあいと弱めあいの大きさを PD の電圧値を見ることで行う。この時の visibility (V) は強めあいの電圧値を V_{\max} , 弱めあいの電圧値を V_{\min} とすると、

$$V = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max} + V_{\min}} \quad (5.1)$$

で表される。なお、PPLN1 と PPLN2 の間の visibility 調整の際には PZT3 に印加した電圧値を振り、PPLN2 の光軸に合わせるように PPLN1 と HBS の間の 2 枚のミラーを用いて空間モードを合わせ、PZT3 がついているミラーに付けられたマイクロメーターを動かすことで光路長を合わせる。PPLN2 と PPLNLO の間の visibility 調整は Alice 側、Bob 側に分けて行う。Alice 側の LO の光軸を PPLN2 を通った光軸に合わせる際は PZT5 に印加した電圧値を振り、PZT5 を取り付けられたプリズムについてのマイクロメーターを動かすことで光路長を、PZT5 と PBS の間の 2 枚のミラーで PPLN2 の光軸に PPLNLO の光軸の空間モードを合わせる。Bob 側の LO の光軸を PPLN2 の光軸に合わせる際は PZT4 に印加した電圧値を振り、PZT4 を取り付けられたプリズムについてのマイクロメーターを動かすことで光路長を、PZT4 と PBS の間の 2 枚のミラーで PPLN2 の光軸に PPLNLO の光軸の空間モードを合わせる。その後、PPLN1 を通る経路と PPLNLO を通る経路の間の visibility を確認し、調整は行わない (すでに PPLN1 からの光軸と PPLN2 からの光軸が合わさっており、LO からの光軸と合わせ直す必要はないため)。

4. では LO の光軸をミラーで調整したため、光軸上にホモダイン検出器の量子効率が最も高くなるように置かれているとは限らない。そのため、ホモダイン検出器の手前にパワーメータを置いて入射強度を測り、ホモダイン検出器のフォトダイオードの電流値を図ることで量子効率を測り、受光面に正しく光が届いているかをホモダイン検出器の手前に置いたレンズの位置や焦点距離を調整することで確認する。ホモダイン検出器の量子効率 4.2 が 90% 前後になっていることを確認したら、3 本の PPLN 全てにポンプ光のみを入射し、導波路のカップリングを 532 nm で最も大きくなるように導波路手前のレンズを調整す

る。これで光学系の準備が完了する。

エンタングルメント測定

PPLN1 と 2 に入れるポンプ光の平均強度を出射後で 2 mW 前後になるようにポンプ光強度を調整し、PPLNLO にはポンプ光とシード光を両方入れてパラメトリック増幅を起こしてパルスシェイプを行い、増幅後の強度がホモダイン検出器の PD 電流値で 0.5 mA (Alice 側), 0.6 mA (Bob 側) となるように PPLNLO から出た光の分割比を導波路直後の半波長板を用いて調整する。その後、ホモダイン検出器の 2 つのフォトダイオードに等しく光が入っているか (バランスできているかどうか) を確認する。時間領域測定においてホモダイン検出器をバランスさせる方法は 4.2.2 節で述べたとおりであるが、光源のノイズ対策 (詳細は 5.6 節) を行う前はデジタルオシロスコープで波形を確認し、波形の振幅が最も小さくなるようにしていた。ノイズ対策を行うようになって以降は、レーザー由来の 200 kHz のノイズを消すためにスペクトラムアナライザ 2 の設定を中心周波数 200 kHz, スパン 100 kHz, 周波数帯域幅 (RBW; Resolution Bandwidth) 1 kHz, ビデオ帯域幅 (VBW; Video Bandwidth) 1 kHz に設定し、30 ms の掃引時間で 200 kHz 付近のノイズを見ながらホモダイン検出器前の半波長板を動かし、ノイズが最も小さくなるように調整した。

ホモダイン検出器がバランスできていることを確認したら、エンタングルメント測定に入る。この際、全ての光学系の調整が終わっているので、光学系の周りを覆っているアクリル板の囲いの蓋を閉じて風による光軸の変化を防いだ (図 5.2, 5.3 に写っている)。この先、基本的には蓋を開けずに全ての測定を行う。測定の手順を以下に示す。

1. (a) と (b) のシャッターを開けて 1 台のホモダイン検出器 (HD_B) で PPLN1 のスクイーピングを見る。この時、LO の位相は PZT4 にかけた電圧をファンクションジェネレーターで 1 Hz で振って周期的に変化させ、スクイーピングレベルとアンチスクイーピングレベルがどれくらいになっているかをスペクトラムアナライザ 1 (中心周波数 5 MHz, ゼロスパンモード, RBW は 1 MHz, VBW は 100 Hz, 掃引時間 500 ms) で確認する。同様に (a) と (c) のシャッターを開けて HD_B で PPLN2 のスクイーピングをスペクトラムアナライザ 1 で見て、PPLN1 と 2 のスクイーピングレベル・アンチスクイーピングレベルが同じくらいを確認する*²。同じではなかった時は、蓋を開けて PPLN1 の手前 (シャッター (b) より光源側に置いてある) のフィルターを回して PPLN1 に入射するポンプ光強度を変化させて同じくらいになるように合わせる。
2. 2 つのスクイーズド光の間の相対位相を $\frac{\pi}{2}$ に合わせる。(a), (b), (c) のシャッターを開けて HD_B で PPLN1, 2 両方から生成されたスクイーズド光をスペクトラムアナライザで見る。この時 LO 光の位相を、PZT4 に加えた電圧をファンクションジェネレーターで 1 Hz で振りながら PZT3 に加えた電圧を変化させることで PPLN2 から出たスクイーズド光の位相を変化させる。PPLN1 の光路には piezo素子を置いていないため、PPLN2 から出た光の位相を変えれば 2 つのスクイーズド光の間の相対位相を変えることができる。相対位相が $\frac{\pi}{2}$ になると波形の振幅が小さくなるので、その位相で PZT3 の電圧値を変えるのを止める。
3. 全てのシャッターを開け、LO の位相は振った状態でスペクトラムアナライザ 1 (設定はそのまま) でエンタングルメントの相関の強さを見る。ショットノイズ (LO 光のみを入射した時) に比べて 3 dB 以上下がっている (つまり周波数領域で EPR-Reid 基準を満たしている) ことを確認したら、

*² 3.3.2 節より

時間領域測定のためのデータ取り込みに移る。

4. ホモダイン検出器のバランスのために 200 kHz のノイズを見ているスペクトラムアナライザ 2 の設定を、エンタングルメントの周波数領域測定をしているスペクトラムアナライザ 1 と同じ設定に変更し、片側で X (高周波分配合成器の ISO ポートに繋いでいる方)、もう片側で P (SUM ポートに繋いでいる方) のノイズレベルをモニタできるようにする。デジタルオシロスコープはサンプリングレートを 1 Gsample/s, 時間窓を 100 μ s, 縦軸は波形が入りきる中で最も大きく表示されるように (1 マスあたりの電圧値をなるべく小さく) 設定する。
5. LO の位相を振るのを止めて、スペクトラムアナライザ 1 (SUM ポートに繋いでいるとする) を見ながら PZT4 の電圧値を変化させて、最もノイズレベルが下がったところでデジタルオシロスコープの取り込みを行う。この時のデータが \hat{X}_A, \hat{X}_B となる。データ取り込みが完了したら (b) と (c) のシャッターは閉じて、ショットノイズの取り込みを行う。
6. この時、ISO ポートにつながっているスペクトラムアナライザ 2 ではノイズレベルが最も大きくなっている。スペクトラムアナライザ 2 を見ながら Bob 側の LO の位相 (PZT4 の電圧値) を $\frac{\pi}{2}$ だけ変化させる。スペクトラムアナライザ 2 のノイズレベルの、最も大きいところと最も小さいところのちょうど半分に来るように PZT4 の電圧値を調整すればよい。その後 PZT5 の電圧値をノイズレベルが最も小さくなるように調整すると、Alice 側の LO の位相も $\frac{\pi}{2}$ だけ変化させることができる。最も下がりきるように Alice 側の位相を調整したら、同じようにデジタルオシロスコープで波形の取り込みを行う。これで \hat{P}_A, \hat{P}_B が得られる。取り込みが完了したらこちらもショットノイズの取り込みを行う。

5.3 得られたデータの解析方法

オシロスコープに取り込まれた、エンタングルしたパルスのデータを正確な区切り位置で区切って積分し、8655 個の電圧値を得る方法は 4.2.2 節で述べたとおりである。

8655 個のパルスの電圧値のデータを直交位相振幅値に変える際には、ショットノイズのデータを用いた。ショットノイズの 8655 個分のパルスのデータが平均値 0, 分散が 1 になるように規格化関数を用いた。元々の電圧値の平均値を V_{mean} , 分散を V_{stdev} とすると、 i 番目のパルスの電圧値 V_i を規格化して直交位相振幅値 X_i を得るには以下の計算式を使う。

$$X_i = \frac{V_i - V_{\text{mean}}}{V_{\text{stdev}}} \quad (5.2)$$

エンタングルしたパルスのデータの電圧値から直交位相振幅値への変換は、ショットノイズの電圧値の分散とエンタングルメントの電圧値の平均値を用いて、同じように式 5.2 で行う。平均値をショットノイズではなくエンタングルメントの電圧値のを用いるのは、ショットノイズの電圧値の平均値とエンタングルメントの電圧値の平均値が変わるからである。

規格化して直交位相振幅値に直したエンタングルメントの X_A, X_B, P_A, P_B のデータを使って、測定したエンタングルメントの相関の強さを EPR-Reid 基準で判定する。エンタングルメント測定で得て、電圧値から変換した直交位相振幅値 X_A, X_B, P_A, P_B (それぞれ 8655 個ずつある) を共分散行列 (式 3.161)

$$\gamma = \begin{pmatrix} \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

に入れる。するとそれぞれの成分が計算できるため、得られた共分散行列の成分

$\langle \Delta^2 X_A \rangle, \langle \Delta^2 P_A \rangle, \langle \Delta^2 X_B \rangle, \langle \Delta^2 P_B \rangle, \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle, \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle$ から EPR-Reid 基準の式 (式 3.160)

$$\begin{aligned} \Delta_{B|A}^2 X \Delta_{B|A}^2 P &= \left(\min_{g_X} \langle \Delta^2 (X_B - g_X X_A) \rangle \right) \left(\min_{g_P} \langle \Delta^2 (P_B - g_P P_A) \rangle \right) \\ &= \left(\langle \Delta^2 X_A \rangle - \frac{\langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle^2}{\langle \Delta^2 X_A \rangle} \right) \left(\langle \Delta^2 P_A \rangle - \frac{\langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle^2}{\langle \Delta^2 P_A \rangle} \right) < 1 \end{aligned} \quad (5.4)$$

に入れて計算する。周波数領域測定では $\langle \Delta^2 (X_B - X_A) \rangle, \langle \Delta^2 (P_B + P_A) \rangle$ のノイズの大きさのみを測るため、 $\hat{X}_A, \hat{X}_B, \hat{P}_A, \hat{P}_B$ を直接測ることはできない。そのため、周波数領域測定での EPR-Reid 基準の判定は、 $g_X = 1, g_P = -1$ として行う。つまり、式 5.5 に $g_X = 1, g_P = -1$ を代入した以下の式で関連の大きさの判定を行った。

$$\Delta_{\text{inf}}^2 X \Delta_{\text{inf}}^2 P = \langle \Delta^2 (X_B - X_A) \rangle \langle \Delta^2 (P_B + P_A) \rangle < 1 \quad (5.5)$$

5.4 EPR-Reid 基準を満たすために行ったこと

5.4.1 光学系の改良

時間領域測定では、1つのパルスで1つの直交位相振幅を得る。その際、検出器自身のノイズを乗せたまま測定することになる。そのような状況下で EPR-Reid 基準を満たすためにはノイズが気にならないくらいに LO 光の強度を強くすることが望ましい。しかし、LO 光の強度を高くすることはパラメトリック増幅で波形整形を行う際に導波路に入射するポンプ光・シード光を強く入れなければならなくなり、導波路を傷めるリスクがある。そこで従来は LO の波形整形を1本の導波路で行い、増幅した後に2つの光路に分けていたが、あらかじめポンプ光とシード光を2つに分けてから2本の導波路でそれぞれ Alice 用の LO と Bob 用の LO として増幅する光学系に変えた。図 5.5 は LO 用の導波路を2本にした時

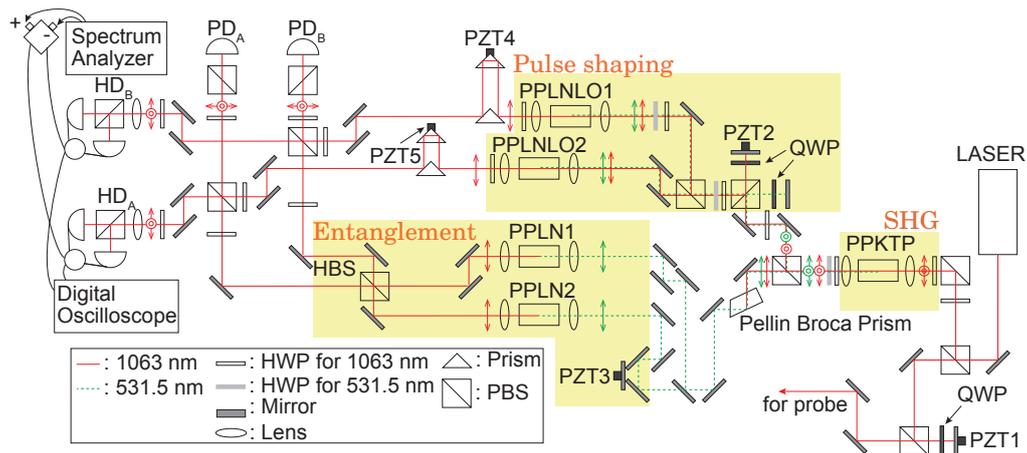


図 5.5: PPLNLO を 2 本にした時の光学系。

の光学系の図である。導波路の手前、ポンプ光とシード光の分割には広帯域の偏光ビームスプリッターを用いており、分割比を決めるのは PBS の手前においた2枚の波長板である。それぞれ 1064 nm で $\lambda/2$, 532 nm で λ もしくは 532 nm で λ , 1064 nm で $\lambda/2$ となるような波長板である。

しかし、2本に分けた後の光学素子の数の違いが原因となり、2つの導波路で同じ増幅率を得ることができなったり、LO光の強度を等しくするために分割比を調整するのが難しいといったデメリットが多かったため、最終的に導波路を1本に戻した。図5.6はその時の光学系の図である。

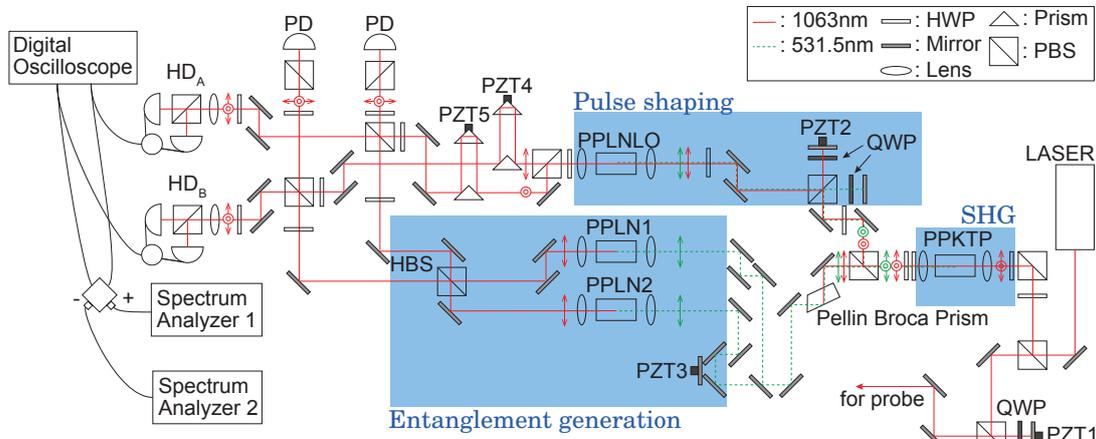


図 5.6: PPLNLO を 1 本に戻した時の光学系。(図 5.1 と同じ.)

エンタングルメント測定の際には検出効率が重要なパラメーターとなる。検出効率については後述の式 5.22 にもあるが、検出効率を上げるためには

- エンタングルメント生成後の光学系のロスを少なくする
- エンタングルしたビームと LO 光の間の visibility を上げる
- ホモダイン検出器の量子効率を上げる

というようなことが必要になる。今回、visibility を上げるためにメインの光学系の外にキャビティのような光学系を組んだ。この光学系には 2 つの役割がある。スクイズド光と LO 光の空間モードを合わせ

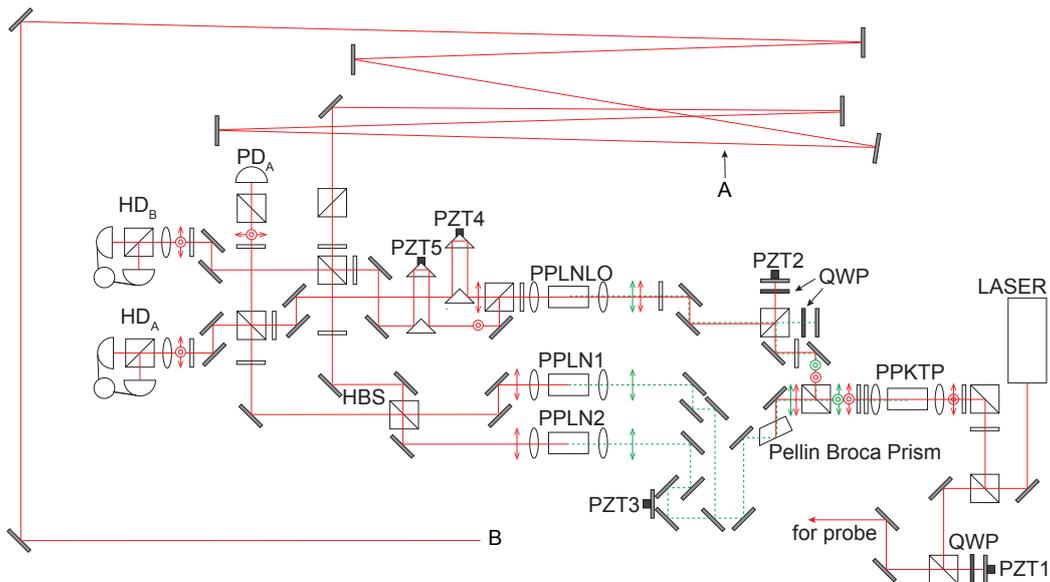


図 5.7: 光軸合わせの際の光学系。

ること、そしてもう一つは 3 つの導波路の後ろに設置したレンズをなるべく遠くで焦点を結ぶような位置

に合わせることである。前者は A の位置にビームプロファイラを置いてスクイズド光同士・スクイズド光と LO 光の空間モードを合わせた後、ハーフビームスプリッターの後にビームプロファイラを置いてスクイズド光同士の空間モードを合わせ、スクイズド光と LO 光を重ね合わせている偏光ビームスプリッターの後ろにビームプロファイラを置いてスクイズド光と LO 光の空間モードを合わせる、ということを繰り返すことでスクイズド光同士もしくはスクイズド光と LO 光の光軸を合わせることが出来る。後者は B 位置にビームプロファイラを置いてビームが小さくなるようにレンズの位置を合わせることでできる。

従来はスクイズド光と LO 光の光軸を合わせる際、重ね合わせた直後にプロファイラをおいて空間モードを合わせることは一緒だったが、遠くの位置で空間モードを合わせる時は PD_A もしくは PD_B のすぐ先にプロファイラを置いていた。しかし今回は遠くの位置で合わせるようになるべく遠くにビームプロファイラをおくことでより正確に光軸を合わせることが出来るようになった。また、光学系のロスを

	改善前	改善後
PPLN1 & PPLN2	96.0%	97.2%
PPLN1 & PPLNLO	81.9%	88.0%
PPLN2 & PPLNLO	85.7%	88.0%

表 5.1: 3つの導波路から出た光の Visibility. どの導波路から出た光の組み合わせかを左で示している。Alice 側, Bob 側の平均を取っている。

減らすために PPLN1, 2 出射後のミラーを全て CVI Laser Optics 社製の Y1S-1025-45 に交換した。このミラーは 1064 nm で 99.99% の反射率を保つため、ロスを抑えることが出来る。さらにスクイズド光と LO 光を合わせる偏光ビームスプリッターは Newport 社製の 05BC16PC.9 に交換した。この PBS は透過率 95%, 反射率が 99.8% である。この結果、表 5.1 にあるように全ての光軸の経路で visibility を改善させることができた。後述する式 5.22 にもある通り, visibility (空間モードマッチ) は 2 乗された値を使うので, 数 % の visibility の向上でも検出効率に大きな影響を及ぼす。

5.4.2 非線形光学結晶の温度依存・入射強度依存の再測定

現在の光学系で用いている 3 本の PPLN 光導波路のうち 1 本 (PPLN2) とバルク型 PPKTP 結晶は 2015 年以前から使われていたものであるため, [64] で示されている温度依存の記録を参考にして PPLN1 と 2 の温度を設定していた。しかし, PPLNLO は再研磨した結晶を用いており, [64] で使われているものとは違うため, 新たに位相整合温度を見つける必要があった。そこで, 全ての導波路の温度依存とポンプ光生成に用いているバルク型 PPKTP 結晶の温度依存, 入射強度依存を再測定し, 現時点で設定されている温度が位相整合温度として正しいかを確認し直した。図 5.8 は 3 本の導波路とバルク型 PPKTP 結晶の温度依存性の結果である。横軸の抵抗値はサーミスタの内部抵抗値を表している。本来であれば温度で表示すべきであるが, サーミスタの抵抗値と温度の正確な対応表がないため, 抵抗値で表した。いずれも入射した 1063 nm の光の平均強度は 1 mW で, 入射強度と出射強度はパワーメーター (Newport 843-R) をそれぞれの波長に合わせてから測った。この時, 温度を変えた後にまず SH が出ないように垂直偏光で入射し, カップリング効率をどの温度でも同じになるようにレンズの調整を行ったあとに入射光の偏光を水平偏光に変えてから SH 強度を測った。どれも設定した温度の範囲が狭いため, 理論的には温度依存の際の様子は sinc 関数の 2 乗のグラフの形になる [61] が, (b) ではあまりそれが見られていない。

また、(d) の KTP 結晶でピークを過ぎたあたりまでしかグラフがないのは、22k Ω 以上ではペルチェ素子の温度が低く、結露する恐れがあったためである。^{*3}

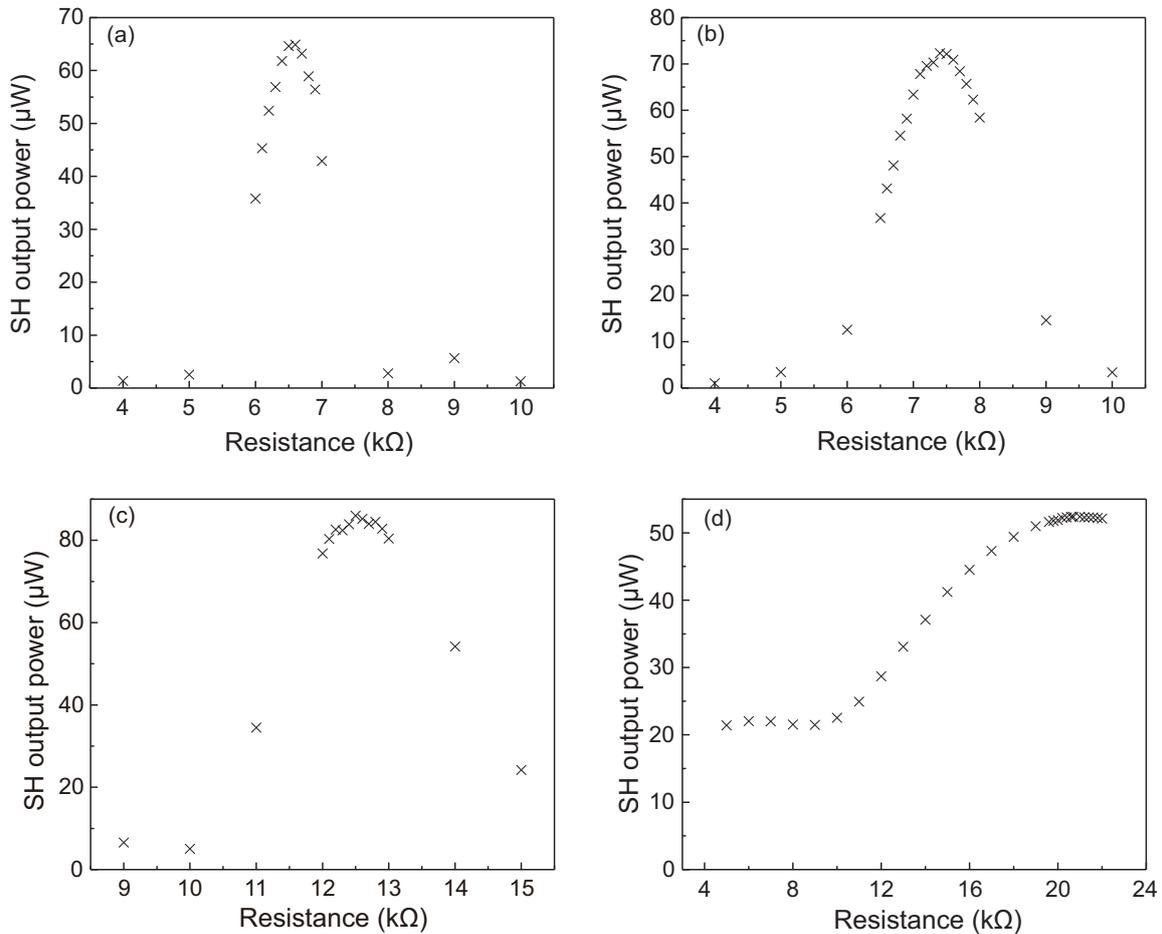


図 5.8: PPLN 導波路とバルク型 PPKTP 結晶の温度依存. (a) PPLN1. 位相整合温度に対応するサーミスタの抵抗値は 6.6 $\text{k}\Omega$. (b) PPLN2. 位相整合温度に対応するサーミスタの抵抗値は 9.4 $\text{k}\Omega$. (c) PPLNLO. 位相整合温度に対応するサーミスタの抵抗値は 12.5 $\text{k}\Omega$. (d) PPKTP. 位相整合温度に対応するサーミスタの抵抗値は 20.8 $\text{k}\Omega$.

図 5.9 は PPKTP 結晶の、1063 nm の基本波の入射平均強度を変えた際の二次高調波の強度と二次高調波発生の変換効率を示したグラフである. この時の PPKTP の温度は位相整合温度に対応するサーミスタの抵抗値である 20.8 $\text{k}\Omega$ に設定した. (a) は基本波の入射平均強度に対して変換された二次高調波の強度をそれぞれパワーメーターで測ったものである. 図 5.8 の時と同様に SH の平均強度を測る際には KTP 結晶とパワーメーターの間に赤外吸収フィルターを置いた. この結果の両対数を取った結果が図 5.10 である. 入射強度が低い部分では直線の傾きが 2 であり, SH の強度が入射強度の 2 乗に比例しているのに対し, 入射強度が高くなるにつれて直線の傾きが小さくなっている. これは SH 変換効率が高い領域において, SH 強度が入射強度に対して線形な関係に近づいている [61] ことと言える.

^{*3} 以前にこれ以上抵抗値を上げた際に結露を起こしたことがあることから.

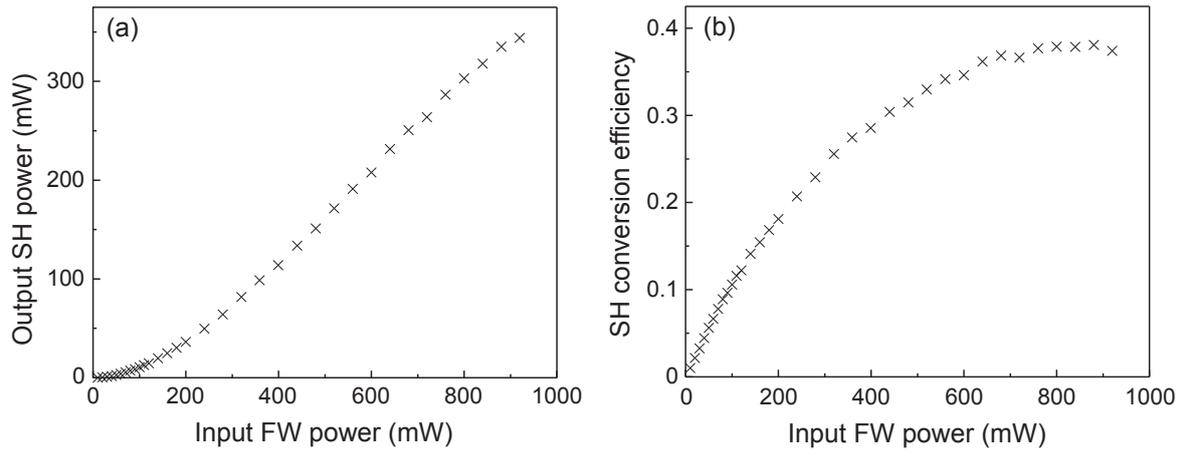


図 5.9: バルク型 PPKTP 結晶における二次高調波の入射強度依存. (a) 入射強度に対する SH 出射強度の依存性. (b) 入射強度に対する SH 変換効率の依存性.

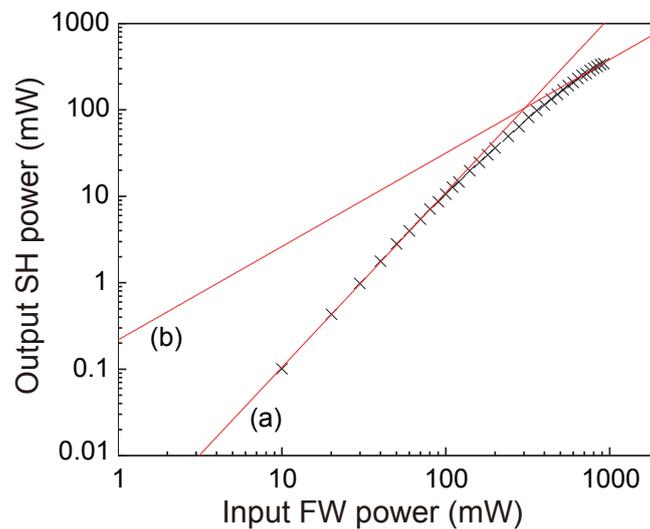


図 5.10: 図 5.9(a) の両対数をとったグラフ. (a) の赤の直線は初めの 10 点, (b) の赤の直線は後ろの 5 点で線形近似したもの. それぞれの傾きは (a) が 2.02, (b) が 1.08 である.

5.4.3 導波路でのパラメトリック増幅の再測定

3本の導波路のうち2本を取り替えたため、全ての導波路でパラメトリック増幅が起きるかどうかの確認を行った。その時の結果を図 5.11 に示す。横軸のポンプ強度は入射強度を表している。導波路のカップリングはポンプ光に最適化した。増幅と減衰の利得を測る方法は、まずシード光だけを入射し、出射光をシリコンのフォトディテクタに入れ、オシロスコープで電圧値を見る。電圧値が 100 mV になるようにシード光の強度を調整した後でポンプ光を入射する。PPLN1, 2 のパラメトリック増幅では図 5.1 の PZT1 の電圧値を振り、増幅した際の電圧値 V_{\max} と減衰した際の電圧値 V_{\min} を記録する。増幅・減衰前の電圧値を V_0 (100 mV から暗電流を引いた値) とすると、増幅利得 ($G_{+\log}$, 単位 dB) と減衰利得

は ($G_{\pm\log}$, 単位 dB) は

$$G_{\pm\log} = 10 \log \left(\frac{V_{\pm}}{V_0} \right) \quad (5.6)$$

で表すことができる. そして, リニアの増幅利得 ($G_+ = V_{\max}/V_0$) と減衰利得 ($G_- = V_{\min}/V_0$) はスクイーミングパラメーター r とモードマッチング効率 η を用いて

$$G_{\pm} = \eta \exp \pm 2r + 1 - \eta \quad (5.7)$$

と表されるので, G_+ と G_- を連立すると r と η を求めることができる:

$$r = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{G_+ - 1}{1 - G_-} \right) \quad (5.8)$$

$$\eta = \frac{(G_+ - 1)(1 - G_-)}{G_+ + G_- - 2} \quad (5.9)$$

図 5.11(a), (c), (e) はそれぞれの導波路で測定したパラメトリック増幅と減衰の度合いの, 入射ポンプ強度依存性である. それぞれの導波路での最大の減衰は PPLN1 がポンプ強度 11 mW で -6.36 dB (その時の増幅は 23.84 dB), PPLN2 がポンプ強度 8 mW で -3.24 dB (その時の増幅は 11.62 dB), PPLNLO がポンプ強度 12 mW で -2.75 dB (その時の増幅は 12.5 dB) であった. 式 5.9 を用いて r , η の入射ポンプ強度の $\frac{1}{2}$ 乗に対する依存性を示したのが図 5.11(b), (d), (f) である. モードマッチング効率はポンプ強度に対して無依存になるが, グラフを見る限りポンプ強度が高くなるにつれて徐々に下がっていている.

5.4.4 時間領域でのスクイーミング測定 (HBS なし)

3本の導波路でのパラメトリック増幅の様子が確認できたため, 次に時間領域でのスクイーミング測定を行った. この時の光学系は図 5.1 から PPLN1 と 2 の先にあるハーフビームスプリッターを抜いている. スクイーミングの測定では PPLN1 もしくは PPLN2 にポンプ光のみを入射し, LO 光は PPLNLO にポンプ光とシード光の両方を入射することでパルスシェイプを行う. そして生成されたスクイーズド光を 1 台のホモダイン検出器で検出する. この時 PPLN1 のスクイーミングは HD_A で観測し, PPLN2 のスクイーミングは HD_B で観測した. それぞれのホモダイン検出器から出た信号はデジタルオシロスコープとスペクトラムアナライザの両方で見た.

時間領域測定ではスペクトラムアナライザはスクイーミングが起きるように LO 光の位相を合わせる際のモニターとして用いた. PPLN1 のスクイーミング測定では PZT4 の電圧を, PPLN2 のスクイーミング測定では PZT5 の電圧を変化させることで LO 光の位相をスクイーミングが観測できるように合わせた. そしてスペクトラムアナライザでスクイーミングが起きていることを確認したらデジタルオシロスコープで取り込みを行った. この時のデジタルオシロスコープのサンプリングレートは 10 Gsample/s, 時間窓 100 μ s であった. また, 時間領域でのスクイーミング測定後にスペクトラムアナライザでもショットノイズとスクイーミングのデータを取った.

図 5.12, 5.13 はそれぞれ PPLN1, 2 でのスクイーミングの周波数領域測定・時間領域測定の結果である. 周波数領域でのショットノイズの大きさはどちらも 6.3 dB だった. 両方の図の (a), (c) における横軸はポンプ強度を導波路の出射光強度で示したもので, (b), (d) の横軸はそのルートを取ったものである. 周波数領域測定の結果はアンブノイズを引かない結果である. PPLN1 の最大のスクイーミングは時間領域ではポンプ強度 3.5 mW で -2.55 dB (アンチスクイーミングは 14.20 dB), 周波数領域でも同じ

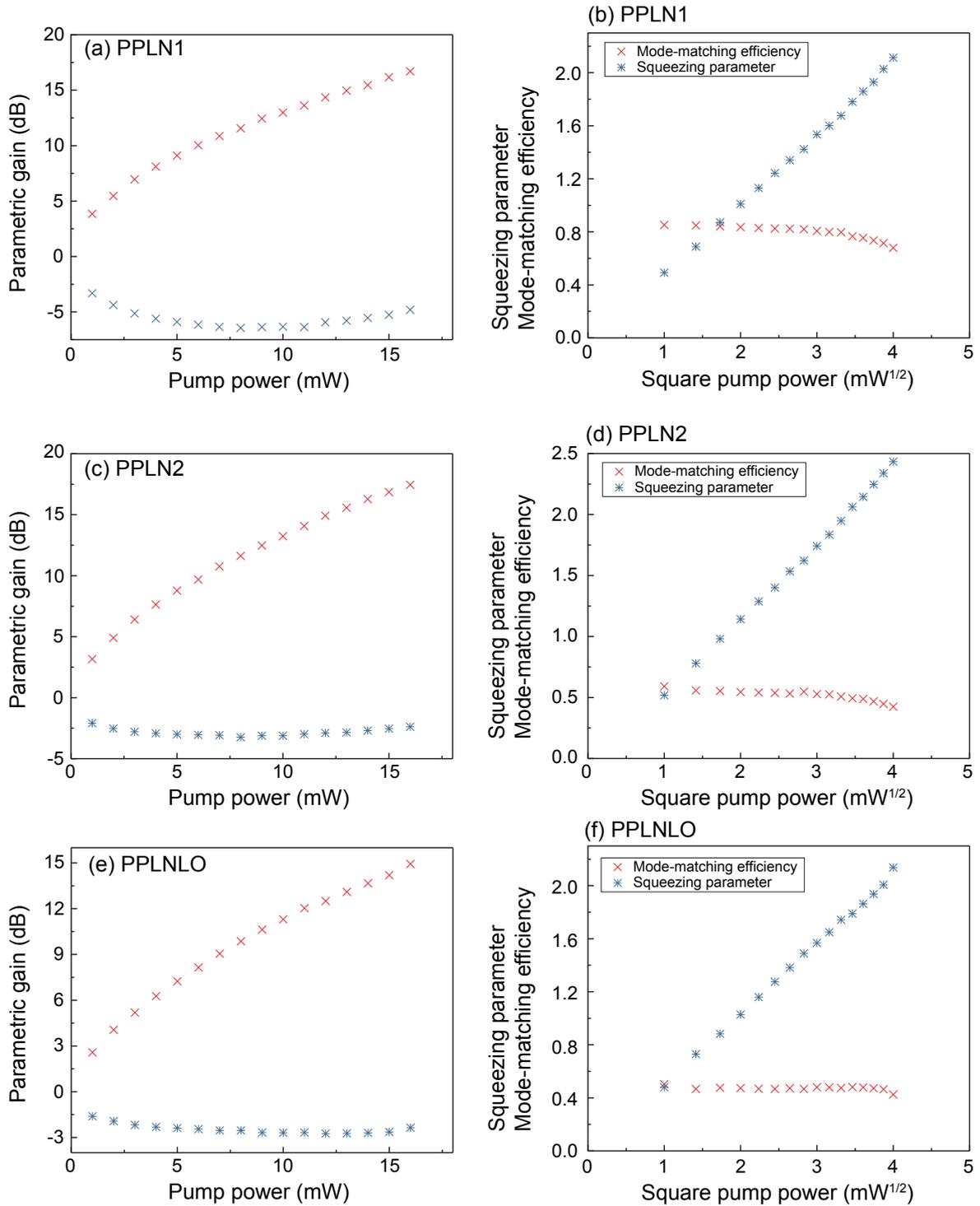


図 5.11: 3 本の PPLN 導波路におけるパラメトリック増幅のポンプ強度依存性の結果. (a) PPLN1 の増幅と減衰のポンプ強度依存性. (b) PPLN1 の増幅・減衰のレベルから見積もったスクイーミングパラメーター r とモードマッチング効率 η のポンプ強度依存性. (c) PPLN2 の増幅と減衰のポンプ強度依存性. (d) PPLN2 の増幅・減衰のレベルから見積もったスクイーミングパラメーター r とモードマッチング効率 η のポンプ強度依存性. (e) PPLNLO の増幅と減衰のポンプ強度依存性. (f) PPLNLO の増幅・減衰のレベルから見積もったスクイーミングパラメーター r とモードマッチング効率 η のポンプ強度依存性.

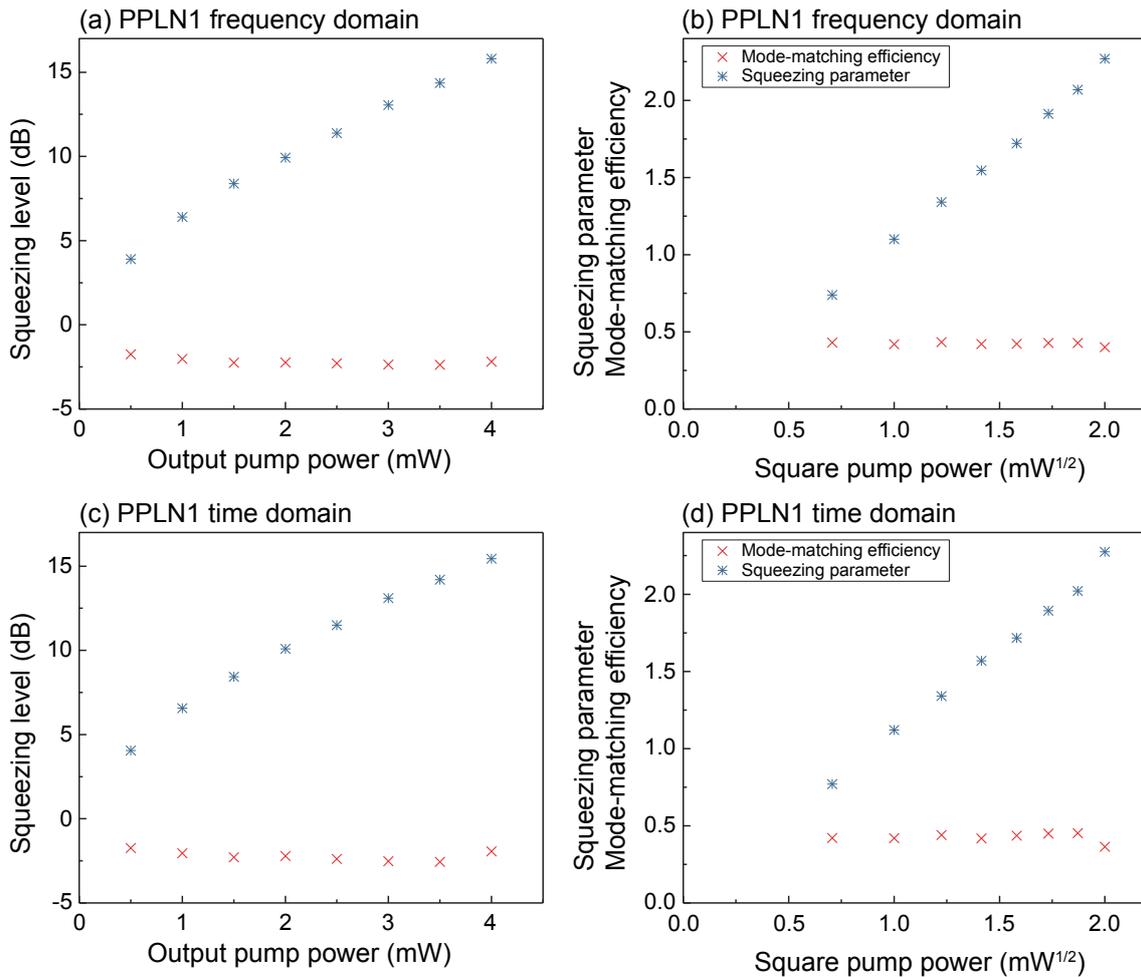


図 5.12: HD_B で測定した PPLN1 でのスクイーミングの結果. (a) 周波数領域でのポンプ強度依存性. (b) (a) から得られたスクイーミングレベル・アンチスクイーミングレベルから算出したモードマッチング効率とスクイーミングパラメータのポンプ強度依存性. (c) 時間領域でのポンプ強度依存性. (d) (c) から得られたスクイーミングレベル・アンチスクイーミングレベルから算出したモードマッチング効率とスクイーミングパラメータのポンプ強度依存性.

ポンプ強度で -2.37 dB (アンチスクイーミングは 14.4 dB) であり, PPLN2 の最大のスクイーミングは時間領域ではポンプ強度 3.5 mW で -3.34 dB (アンチスクイーミングは 11.54 dB), 周波数領域では 4.0 mW で -3.01 dB (アンチスクイーミングは 12.5 dB) であった. (b) と (d) ではそれぞれ得られたスクイーミングレベル, アンチスクイーミングレベルから計算したスクイーミングパラメータとモードマッチング効率の, ポンプ強度の $\frac{1}{2}$ 乗に対する依存性の様子である. ここでのスクイーミングパラメータとモードマッチング効率の計算式はパラメトリック増幅の時と同様で, dB 表記からリニアに戻したスクイーミングレベル S_- , アンチスクイーミングレベル S_+ とすると

$$S_{\pm} = \eta \exp \pm 2r + 1 - \eta \tag{5.10}$$

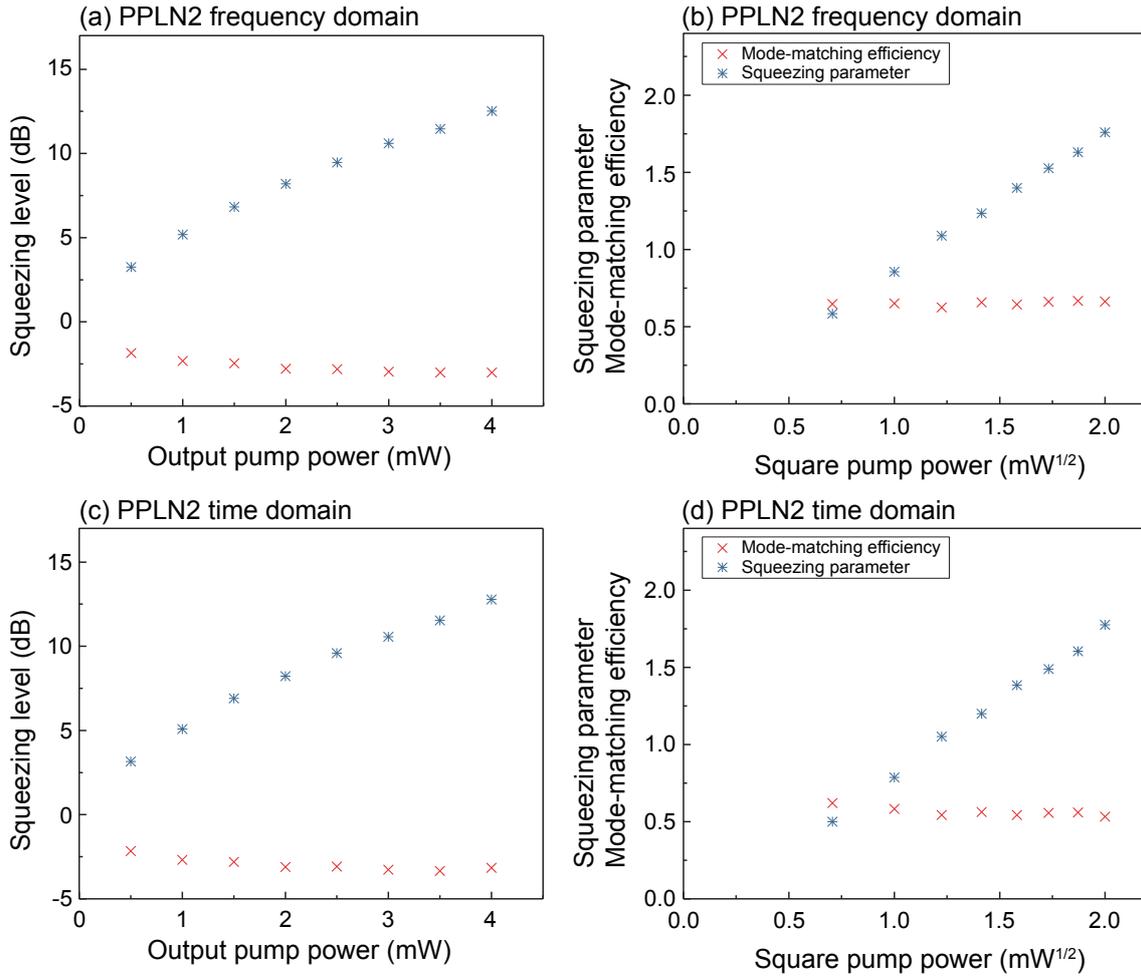


図 5.13: HD_A で測定した PPLN2 でのスクイーミングの結果. (a) 周波数領域でのポンプ強度依存性. (b) (a) から得られたスクイーミングレベル・アンチスクイーミングレベルから算出したモードマッチング効率とスクイーミングパラメータのポンプ強度依存性. (c) 時間領域でのポンプ強度依存性. (d) (c) から得られたスクイーミングレベル・アンチスクイーミングレベルから算出したモードマッチング効率とスクイーミングパラメータのポンプ強度依存性.

と表されるので,

$$r = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{S_+ - 1}{1 - S_-} \right) \quad (5.11)$$

$$\eta = \frac{(S_+ - 1)(1 - S_-)}{S_+ + S_- - 2} \quad (5.12)$$

となる. パラメトリック増幅ではモードマッチング効率 η がポンプ強度が上がるにつれて緩やかに下がってしまっていたが, スクイーミングではポンプ強度に無依存の様子が見れた.

この先のエンタングルメント測定では導波路のダメージも考慮してそれより少ない 2.0 mW (導波路入社時の強度) でポンプしたスクイズド光を用いている. 図 5.14 は PPLN1, 2 におけるポンプ出射強度 2.0 mW でのスクイズドされた直交位相成分, アンチスクイズドされた直交位相成分, ショットノイズの直交位相成分の頻度分布である. 8655 発のパルスから得られた 8655 個の電圧値のデータから, ショットノイズの分散が 1, ショットノイズとスクイーミングとアンチスクイーミングの平均値が 0 にな

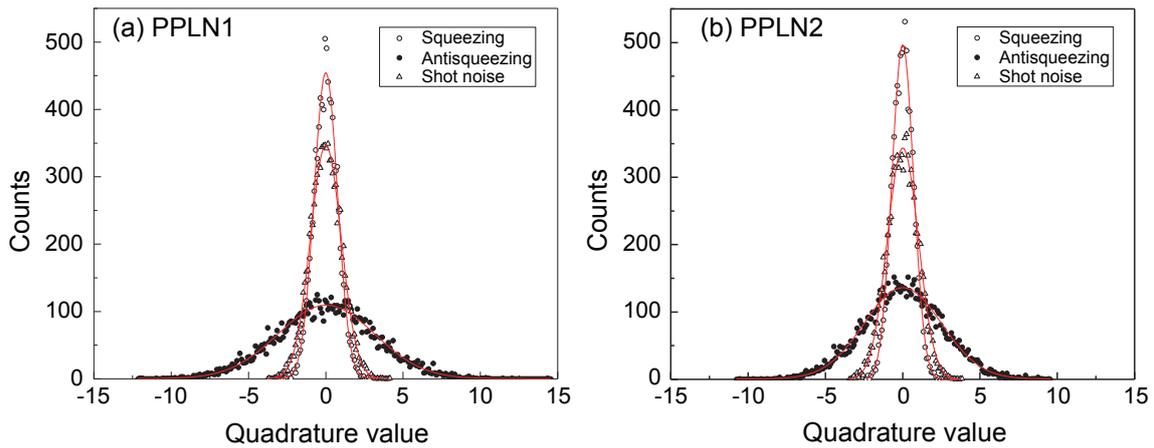


図 5.14: 導波路出射後のポンプ強度 2.0 mW でのスクイーミング、アンチスクイーミング、ショットノイズの直交位相振幅の頻度分布. 赤線は Gauss 関数でフィッティングしたもの.

るように規格化することで直交値に変換した. この時のそれぞれのスクイーミング (アンチスクイーミング) レベルは PPLN1 が -2.22 dB (10.09 dB), PPLN2 が -3.11 dB (8.22 dB) であった.

5.5 時間領域でのエンタングルメント測定

5.5.1 LO の導波路を 2 本にした時の結果

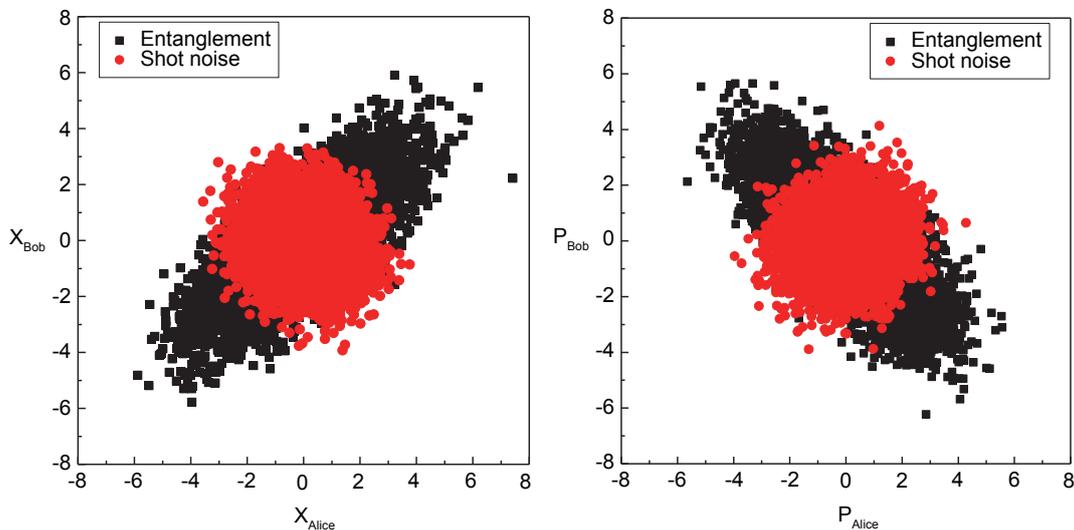


図 5.15: LO の導波路を 2 本にした時のエンタングルメント測定結果. パルス数は約 8600 発で, それぞれのプロットが 1 パルスから読み出した直交位相振幅値である.

図 5.15 は LO の導波路が 2 本の時のエンタングルメント測定結果である. 3 回測定を行っており, 3 回

の結果の平均を取った共分散行列を式 5.13 に示す.

$$\begin{pmatrix} \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.86 & -0.02 & -2.23 & -0.02 \\ -0.02 & 2.98 & 0.00 & 2.35 \\ -2.23 & 0.00 & 3.03 & -0.01 \\ -0.02 & 2.35 & -0.01 & 3.14 \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

この時の X の分散は 1.43 ± 0.06 , P の分散は 1.42 ± 0.16 であり, ショットノイズの分散は X が 2.06 ± 0.03 , P が 2.10 ± 0.05 であった. 式 5.13 の共分散行列の結果から EPR-Reid value を計算したところ,

$$\left(\Delta^2 X_B - \frac{\langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle^2}{\Delta^2 X_A} \right) \left(\Delta^2 P_B - \frac{\langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle^2}{\Delta^2 P_A} \right) = 1.65 \pm 0.28 \quad (5.14)$$

となった.

5.5.2 LO の導波路を 1 本に戻した時の結果

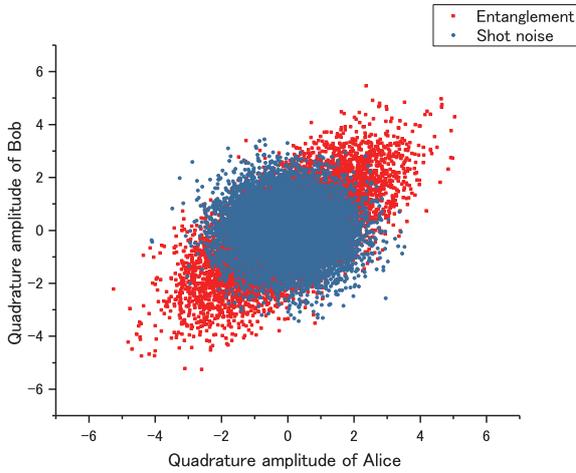


図 5.16: 時間領域 X

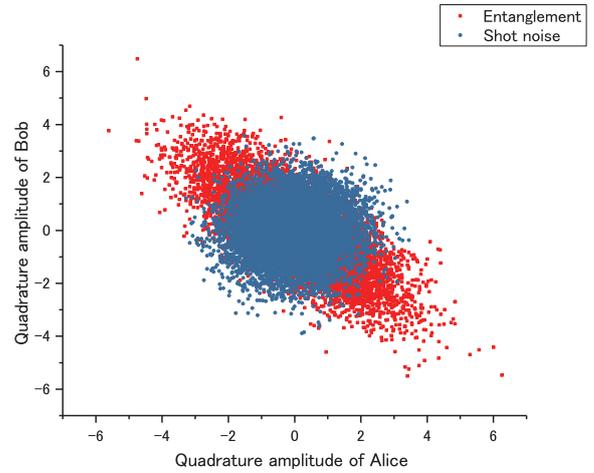


図 5.17: 時間領域 P

図 5.16, 5.17 は LO の導波路を 1 本に戻した時のエンタングルメントの時間領域での測定結果である. 5 回測定を行っており, 5 回の結果の平均を取った共分散行列を式 5.15 に示す.

$$\begin{pmatrix} \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.14 & 0.00 & 1.51 & -0.03 \\ 0.00 & 1.97 & 0.01 & -1.46 \\ 1.51 & 0.01 & 2.39 & -0.01 \\ -0.03 & -1.46 & -0.01 & 2.20 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

この時の X の分散は 1.51 ± 0.06 , P の分散は 1.25 ± 0.13 であり, ショットノイズの分散は X が 2.13 ± 0.07 , P が 2.06 ± 0.16 であった. 式 5.15 の共分散行列の結果から EPR-Reid value を計算したところ,

$$\left(\Delta^2 X_B - \frac{\langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle^2}{\Delta^2 X_A} \right) \left(\Delta^2 P_B - \frac{\langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle^2}{\Delta^2 P_A} \right) = 1.48 \pm 0.26 \quad (5.16)$$

となった.

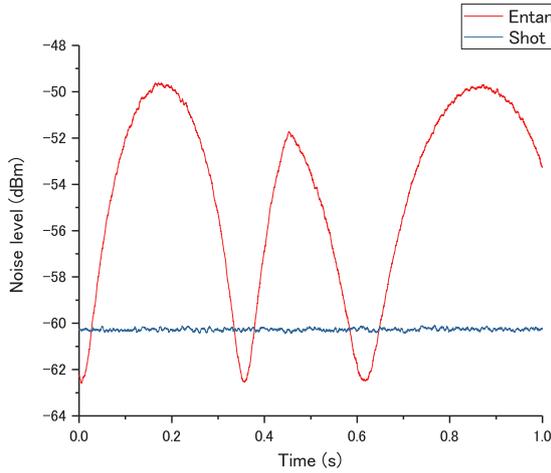


図 5.18: 周波数領域 X.

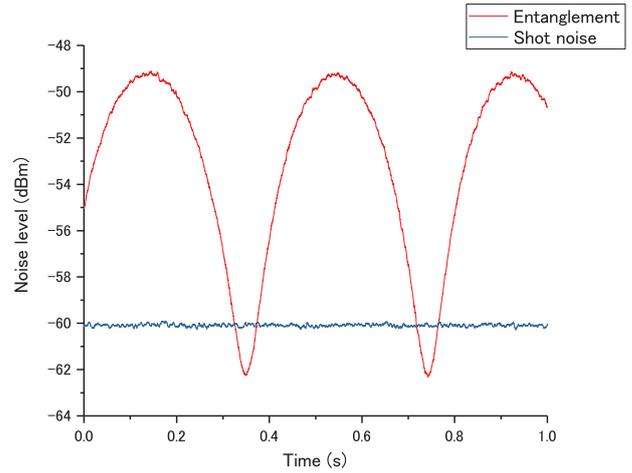


図 5.19: 周波数領域 P.

図 5.18, 5.19 は同時に取った周波数領域での測定結果である. この時のショットノイズはアンプノイズに比べて 12.3 dB 上にあった. エンタングルメントの差分散 $\langle \Delta^2(X_A - X_B) \rangle$ は -2.33 dB, 和分散 $\langle \Delta^2(P_A + P_B) \rangle$ は -2.25 dB であった. この時の LO 光強度はホモダイン検出器のバランスしたフォトダイオードの電流値に換算して Alice で 1.1 mA, Bob で 1.2 mA であり, PPLN1 のポンプ光カップリング効率は 40.1 %, PPLN2 のポンプ光カップリング効率は 52.5 % であった. また, この時の visibility を下の表 5.2 に示す.

	Alice 側	Bob 側
PPLN1 & PPLN2	97.3 %	96.7%
PPLN1 & PPLNLO	83.6%	83.8%
PPLN2 & PPLNLO	83.9%	82.4%

表 5.2: LO の導波路を 1 本にした時の Visibility.

5.5.3 結果のまとめ

LO の導波路を 2 本にした時, 1 本に戻した時の時間領域測定結果を表 5.3 にまとめる. LO の導波路を 2 本にしていた時に比べ, 1 本に戻した時の方が相関の強い結果を得られている. パルスシェイプをする際に LO 光のパラメトリック増幅を行うが, その際に導波路が 2 本でも 1 本でも, LO 光とポンプ光の位相差を合わせる部分は 1 箇所で行なっていたため, 導波路を 2 本にした際は片方で最大に増幅する位相

に合わせられても、もう片方の導波路側の光軸では光学素子の数の違いから位相がずれてしまい、増幅し切れていなかった。そのためパルスシェイプが適切に行われていなかったと考えられる。

	X	P	X (Shotnoise)	P (Shotnoise)
導波路 1 本	1.51 ± 0.06	1.25 ± 0.13	2.13 ± 0.07	2.06 ± 0.16
導波路 2 本	1.43 ± 0.06	1.42 ± 0.16	2.06 ± 0.03	2.10 ± 0.05

表 5.3: エンタングルメント測定結果の比較.

5.6 光源のノイズ対策

2 台のホモダイン検出器に LO 光のみを入射してショットノイズの測定を行った際、それぞれのショットノイズの和分散・差分散はどちらも 2 になる。しかし、上記の結果からも分かる通りショットノイズの和分散・差分散が 2 から外れる問題が起きていた。この時のパルストレインを光源のキャビティ内に取り付けられているフォトディテクタからの出力を通じてアナログオシロスコープで時間窓を $50 \mu\text{s}$ に設定して見たところ、およそ $5 \mu\text{s}$ の周期でパルストレインが波打っていることが分かった。さらにこのフォト



図 5.20: パルストレインをアナログオシロスコープで見た様子.

ディテクタからの出力をスペクトラムアナライザで確認したところ、 204 kHz 付近にピークが見られた。

204 kHz を逆数にすると約 $4.9 \mu\text{s}$ であり、オシロスコープで見られたパルストレインの波打ちの周期

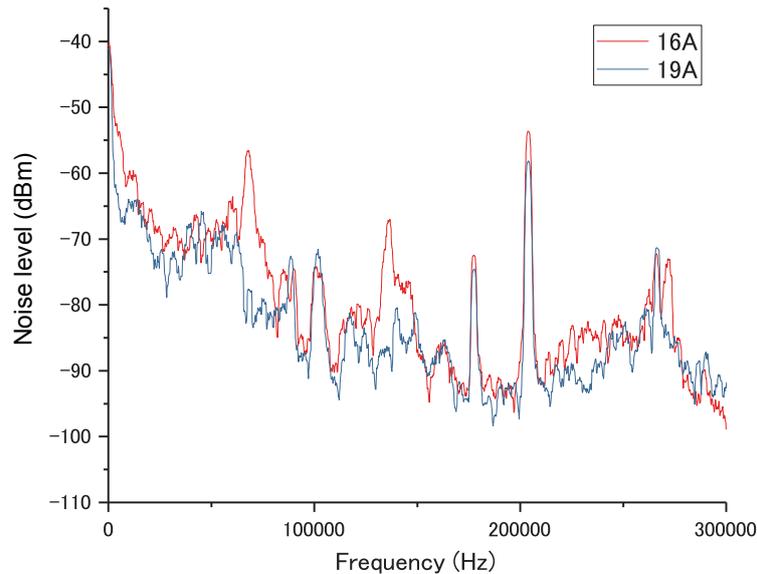


図 5.21: レーザーからの出力をスペクトラムアナライザで見たときの様子.

とほぼ一致することからもこのピークが波打ちの原因であるということがわかった。

なお、このピークは LO のみを入射したホモダイン検出器でも確認することができた。ホモダイン検出器をバランスさせるとピークは小さくなることからこのノイズはレーザー由来のものであることがわかった。レーザーの修理を依頼したものの改善は見られなかった。しかし、LD に注入する電流値を大きくすることで図 5.21 にもあるように 5 dB 程度のノイズの低減が見られたため、これ以降は LD の注入電流を 16 A から 19 A に変更して実験を行った。LD 注入電流を 19 A に変更した時のアナログオシロスコープで見たパルストレインの様子を図 5.22 に示す。図 5.20 と図 5.22 を比較すると、5 μ s 周期の波が低減していることがわかる。

しかし、これだけではショットノイズの和分散・差分散をどちらも 2 にすることはできなかつたため、ホモダイン検出器のバランスの方法を変えた。従来はホモダイン検出器から出た信号をデジタルオシロスコープで見て振幅が小さくなるようにホモダイン検出器の手前の PBS に入れる偏光を調整していたが、新たにデジタルオシロスコープだけでなくスペクトラムアナライザでも信号を確認し、200 kHz 付近のノイズが小さくなるように偏光を調整するようにした。従来のやり方でバランスした時のデジタルオシロスコープで見たパルストレインの様子を図 5.23、バランスの方法を変えた後のパルストレインの様子を図 5.24 に示す。また、この時同時にスペクトラムアナライザで見た 200 kHz 付近のノイズの様子を図 5.25 に示す。この時の入射強度は PD 電流値で 0.9 mA を示していた。従来の方法でバランスした時の 200 kHz 付近のノイズの強度は 263 μ V、新しい方法でバランスした時のノイズの強度は 34.7 μ V であった。

5.7 ノイズ対策後のエンタングルメント測定

新しいバランスの方法でエンタングルメントの実験を行った時間領域測定の結果を図 5.26 に示す。この時の visibility は表 5.4 の通りであった。測定は 10 回行っており、この時間領域測定の結果から得られた共分散行列の平均は式 5.17 の通りであった。

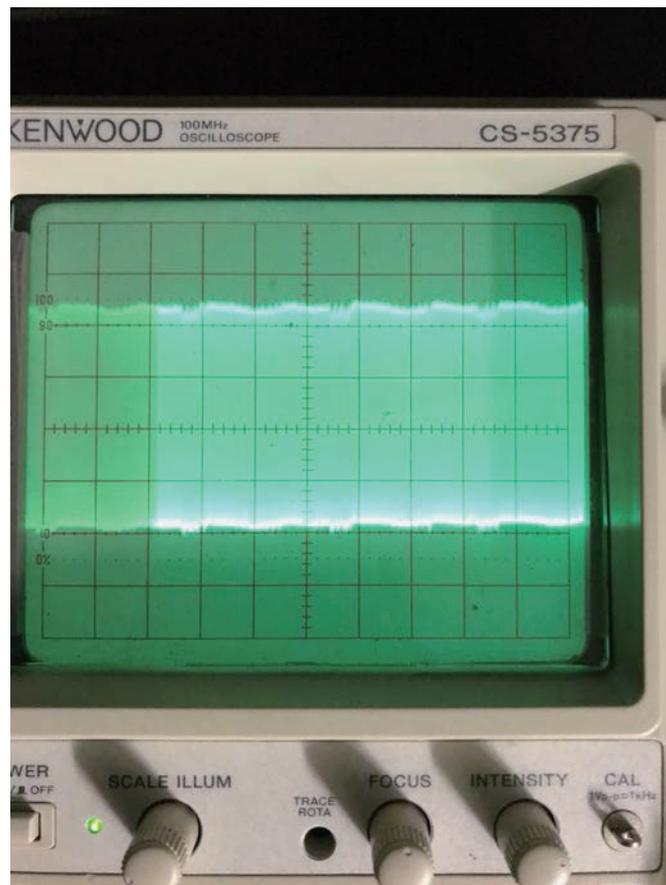


図 5.22: LD 注入電流を 19 A に変え、パルストレインをアナログオシロスコープで見た様子。

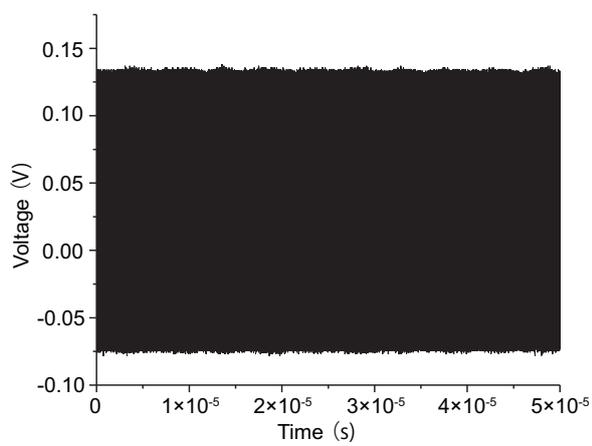


図 5.23: 従来の方法でバランスした時のパルストレイン。

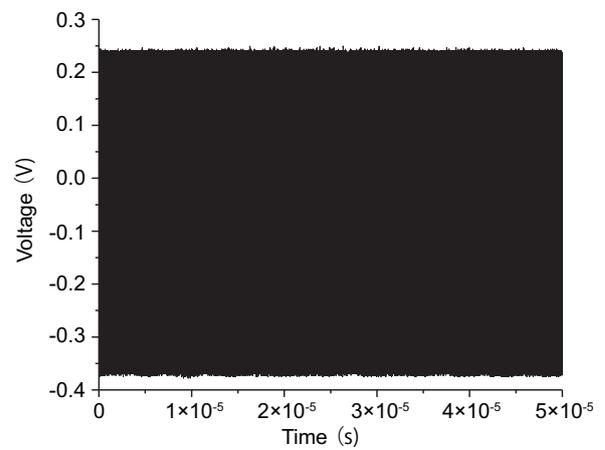


図 5.24: 新しい方法でバランスした時のパルストレイン。

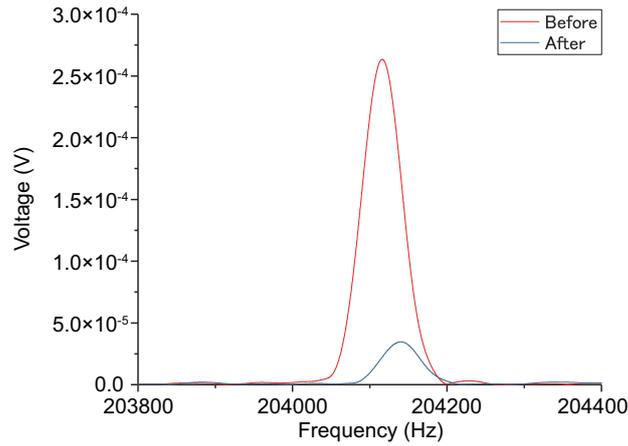


図 5.25: スペクトラムアナライザで見た 200 kHz 付近のノイズの様子.

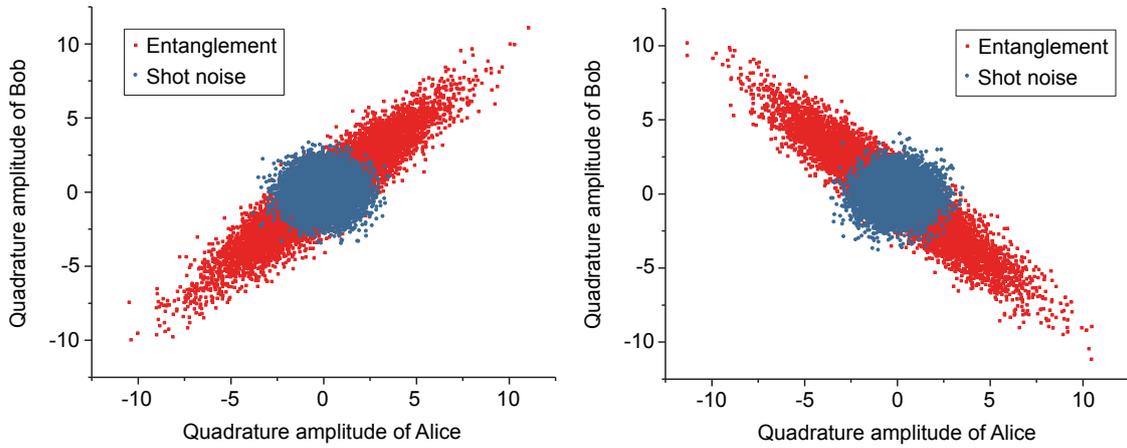


図 5.26: 時間領域測定の結果.

	Alice 側	Bob 側
PPLN1 & PPLN2	97.3 %	97.0%
PPLN1 & PPLNLO	88.1%	87.8%
PPLN2 & PPLNLO	87.7%	88.3%

表 5.4: 図 5.26 の測定時の Visibility.

$$\begin{pmatrix}
 \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\
 \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\
 \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\
 \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 7.83 & -0.05 & 7.21 & 0.06 \\
 -0.05 & 8.45 & -0.04 & -7.85 \\
 7.21 & -0.04 & 7.86 & 0.05 \\
 0.06 & -7.85 & 0.05 & 8.52
 \end{pmatrix}
 \tag{5.17}$$

表 5.5 は 10 回測定して得たエンタングルメントとショットノイズの分散である.

X	P	X (Shotnoise)	P (Shotnoise)
1.26 ± 0.05	1.28 ± 0.04	2.03 ± 0.02	2.02 ± 0.03

表 5.5: 10 回測定して得た結果.

10 回測定してそれぞれの共分散行列から得られた EPR-Reid value は

$$\left(\Delta^2 X_B - \frac{\langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle^2}{\Delta^2 X_A} \right) \left(\Delta^2 P_B - \frac{\langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle^2}{\Delta^2 P_A} \right) = 1.48 \pm 0.12 \quad (5.18)$$

となった. また, 同時に取った周波数領域測定の結果を図 5.27 に示す. この時のショットノイズはアンブノイズに比べて 10.2 dB 上にあった. エンタングルメントの差分散 $\langle \Delta^2(X_A - X_B) \rangle$ は -2.87 dB, 和分散 $\langle \Delta^2(P_A + P_B) \rangle$ は -2.87 dB であった. この時の LO 光強度はホモダイン検出器のバランスしたフォトダイオードの電流値に換算して Alice で 0.90 mA, Bob で 0.94 mA であり, PPLN1 のポンプ光カップリング効率は 36.0 %, PPLN2 のポンプ光カップリング効率は 43.2 %, PPLNLO のポンプ光カップリング効率は 28.1 % であった.

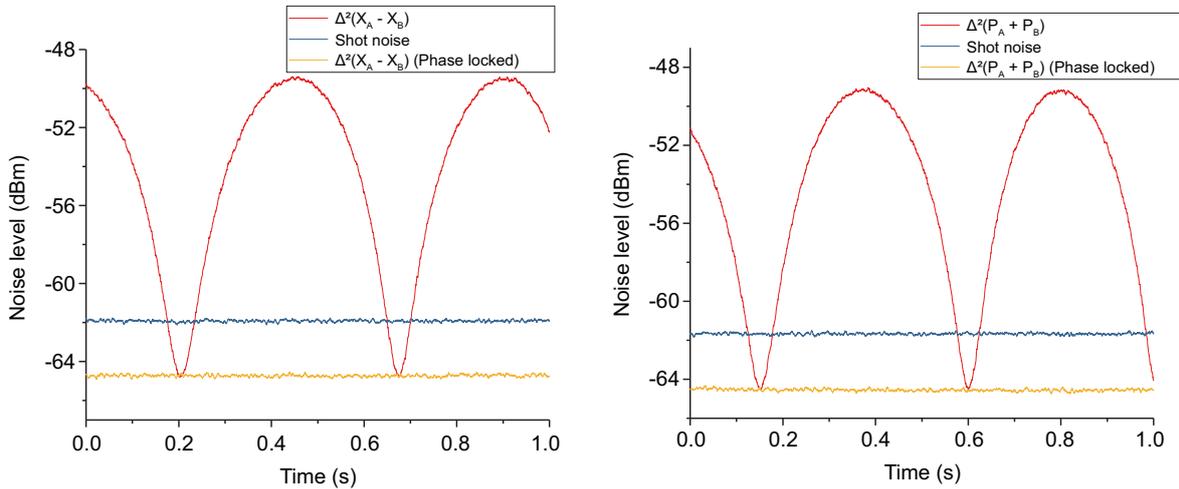


図 5.27: 周波数領域測定の結果.

5.8 LO 光のパラメトリック利得と検出効率

本実験では LO 光のパルス時間幅をパラメトリック増幅を用いて短くし, エンタングルした光との間の時間モードマッチを向上させるパルスシェイプを行っている. 図 5.27 の測定の際はなるべくパルスシェイプをするためにできる限りパラメトリック利得を大きくし (約 24 dB) ていた. ところが LO 側に用いている導波路を 2 本から 1 本に戻したことで導波路がダメージを負うリスクが大きくなった. そこで PPLNLO のパラメトリック利得を変化させて PPLN1, 2 それぞれでのスキューニング測定を行い, 得られたスキューニングとアンチスキューニングの利得 (S_+ , S_-) から検出効率 η を算出し, 検出効率の値の変化を見た.

PPLNLO のパラメトリック利得は PPLNLO に入射する 1063 nm の光と 531.5 nm の光の比率を変えることで変化した. LO 光は図 5.6 の Type-0 の PPKTP で変換されなかった基本波^{*4}を用いているた

*4 タイプ 0 位相整合の PPKTP を用いているため水平偏光が二次高調波の生成に使われるが, 垂直偏光は二次高調波に変換さ

め、PPKTP の手前の $\lambda/2$ 板を回して PPKTP に入射する偏光を変えることで生成される二次高調波と基本波の比率を変えることができ、パラメトリック増幅の利得を大きくしたいときは PPLNLO に入射するシード光 (1063 nm) を少なくし、に多くのポンプ光 (531.5 nm) を入射すれば良い。逆にあまり増幅させないようにするときはシード光を多めに、ポンプ光を少なめに入射すれば良いことになる。パラメトリック利得を変化させ、なるべくホモダイン検出器に入る LO 光の強度を同じになるように調整させた上で PPLN1, 2 のスクイーピングの測定を行った。PPLN1, 2 のポンプ光強度は出射後で 1.5 mW になるようにした。図 5.28 は LO のパラメトリック増幅の利得を変えてスクイーピング測定を行なった結果である。

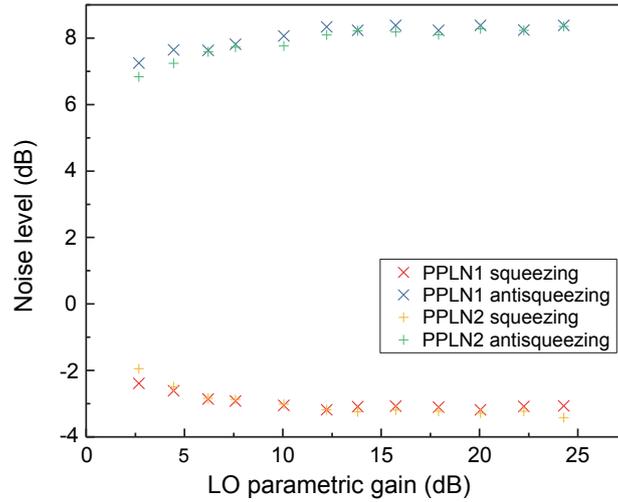


図 5.28: PPLNLO のパラメトリック増幅の利得を変化させてスクイーピングを測定した結果。PPLN1, 2 のポンプ強度は出射後で 1.5 mW である。

得られたスクイーピング・アンチスクイーピングの利得をそれぞれ S_+ , S_- とすると、検出効率 η , スクイーピングパラメーター r との関係は

$$S_{\pm} = \eta \exp(\pm 2r) + 1 - \eta \tag{5.19}$$

となる。式 5.19 を連立すると、 η は

$$\eta = -\frac{(1 - S_-)(1 - S_+)}{S_- + S_+ - 2} \tag{5.20}$$

となり、 r は

$$r = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{S_+ - 1}{1 - S_-} \right) \tag{5.21}$$

となる。図 5.28 で得られたスクイーピングレベル・アンチスクイーピングレベルから S_+ , S_- を求め、式 5.22 に代入することで検出効率 η を得た。得られた η と PPLNLO のパラメトリック利得との関係を図 5.29 に示す。

図 5.29 より PPLN1, 2 ともに 10 dB を超えたあたりから η の飽和が起きている。そのため、PPLNLO の増幅利得は 10 dB 以上であれば十分であることがわかった。

れず、そのまま PPKTP を通り過ぎる。

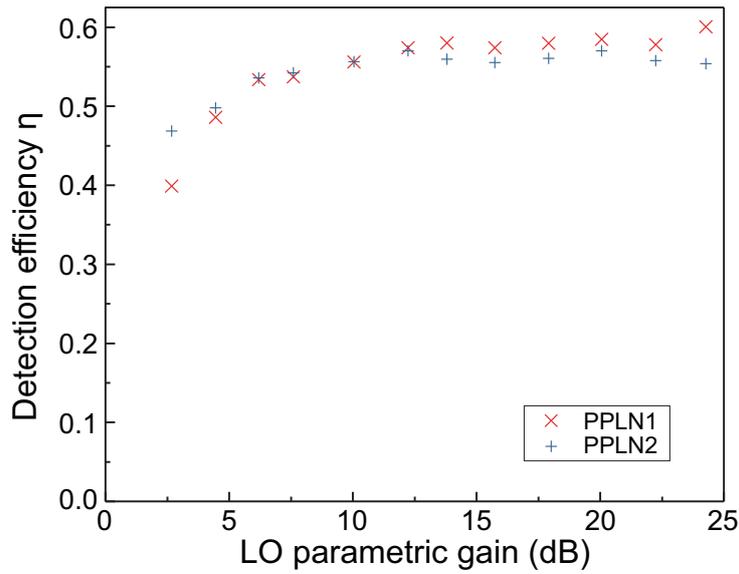


図 5.29: PPLNLO のパラメトリック利得を変化させた時の検出効率 η .

全体の検出効率 η は,

$$\eta = \eta_q \times \eta_m \times \eta_o \times \eta_w \tag{5.22}$$

と書くことができる。ここで η_q は検出器の量子効率, η_m は LO 光とエンタングルメントの間のモードマッチ効率, η_o はエンタングルメントを生成するハーフビームスプリッター (HBS) から検出器までの光学系の透過率, η_w は導波路の透過率 (使用している日本ガイシ製の導波路は -1dB/cm のロスを持っており, スクイズド光生成で用いた導波路の長さは 5 mm であることから, $\eta_w = 0.89$ となる) である。なお, η_m は LO 光とエンタングルメントの間のモードマッチ効率であるが, モードマッチには時間モードマッチ, 空間モードマッチがある。空間モードマッチは式 5.1 で示される visibility のことである。visibility は 2 乗して考えるため, 空間モードマッチ効率を η_v , 時間モードマッチ効率を η_t と分けて考えると式 5.22 は

$$\eta = \eta_q \times \eta_v^2 \times \eta_t \times \eta_o \times \eta_w \tag{5.23}$$

となる。図 5.28 の測定を行った際の visibility は PPLN1 から出たスクイズド光と LO 光の間で 87.2% , PPLN2 から出たスクイズド光と LO 光の間で 88.5% , 量子効率は PPLN1 のスクイズド光を測定した HD_B で 93.6% , PPLN2 のスクイズド光を測定した HD_A で 88.8% , 光学系の透過率は PPLN1 側で 94.4% , PPLN2 側で 97.4% であった。よって PPLN1 側の検出効率を η_1 , PPLN2 側の検出効率を η_2 とすると, $\eta_1 = \eta_{q1} \eta_v^2 \eta_{t1} \eta_{o1} \eta_w = 0.60 \eta_{t1}$, $\eta_2 = \eta_{q2} \eta_v^2 \eta_{t2} \eta_{o2} \eta_w = 0.60 \eta_{t2}$ となった。[25] より, パルスシェイプを行っている時に比べてパルスシェイプを行っていない時は検出効率は約 0.76 倍になる。図 5.28 において, 飽和しているところでの η は 0.6 付近にあることから時間モードマッチ効率 η_t はほぼ 1 に近く, $\eta_t = 0.76$ として η_1 と η_2 を計算するとどちらも 0.46 となることから, η_2 のプロットとよく合っている。 η_1 は 0.40 あたりまで低くなってしまっているが, これは何らかの原因で visibility が下がっていたと考えられる。

5.9 EPR-Reid 基準を満たすエンタングルメント測定

5.9.1 エンタングルメント測定 -周波数領域-

PPLNLO でのパラメトリック利得を落とした上で再度エンタングルメントの時間領域測定・周波数領域測定を行なった。その際の詳細な結果について述べる。

エンタングルメント測定の際の手順は 5.2 節で述べたとおりである。光軸の visibility などの調整を行ったあと、PPLN1 と 2 にポンプ光（波長 531.5 nm）を入射してスクイズド光を生成し、2 つのスクイズド光の間の相対位相を $\pi/2$ に合わせてエンタングルメントを生成する。位相差合わせの際はスペクトラムアナライザでノイズスペクトルを見ながら行う。スペクトラムアナライザの設定を中心周波数 5 MHz、ゼロスパンモード、分解能帯域幅 (RBW) 1 MHz、ビデオ帯域幅 (VBW) 100 Hz とし、掃引時間は 0.5 s とした。この時のホモダイン検出器とデジタルオシロスコープ、スペクトラムアナライザのつなぎ方は図 5.4 に示したとおりである。位相差合わせの際には図 5.1 の (d) のシャッターは閉じたままで Bob 側の LO 光は使わず、Alice 側の LO 光の位相を、ピエゾ素子 (PZT5) に印加した電圧をファンクションジェネレーターで周期的に変化させながら、PPLN2 の手前のミラーに取り付けたピエゾ素子 (PZT3) の電圧を変化させることで相対位相を $\pi/2$ に合わせる。図 5.30 は 2 つのスクイズド光の間の相対位相を 200 mHz の周期で変化させながら Alice 側の位相を 2 Hz の周期で変化させている。最も振幅が大きくなっているところでは相対位相が $0, \pi$ のときで、最も振幅が小さくなっているところでは相対位相が $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ になっている。相対位相の調整では Alice 側の LO の位相を振りながら振幅が小さくなるように 2 つのスクイズド光の間の相対位相を $\pi/2$ に固定した。

そして 2 つのスクイズド光の間の相対位相が $\pi/2$ になってエンタングルメント生成ができれば、Alice 側の LO の位相のみを振ったまま (d) のシャッターを開けて 2 つのホモダイン検出器に LO 光とエンタングルした光の両方を入れる (Bob 側の LO の位相は固定する)。この時、スペクトラムアナライザ 1 には図 5.4 のようにデジタルオシロスコープを通り過ぎた HD_A からの信号と HD_B からの信号を高周波分配合成器で合わせ、ISO のポートが繋がれているとする。この時スペクトラムアナライザ 1 では 2 つのホモダイン検出器からの信号の差を見ることができる。図 5.31(a) がその様子を記録したものである。赤の×のプロットでは Alice 側の LO 光の位相を 200 mHz の周期で降っている。最も下がりきったところがノイズ分散が小さいところのため、ここが相関が最も大きいところとなる。黄色の*のプロットは最もノイズレベルが下がったところで Alice 側の LO 光の位相を止めている。青の+のプロットは LO 光のみを入れたショットノイズのノイズレベルを示している。黒の実線は測定時の検出効率から得たフィッティングの曲線である。ショットノイズの 0.5 s 間の平均は -67.35 dBm、エンタングルメントのノイズレベルが最も下がったところの 0.5 s の平均は -70.54 dBm であったため、この 2 つの差を取るとエンタングルメントの差のノイズ分散はショットノイズに比べて -3.19 dB (47.9 %) 小さくなったということになる。図 5.31(b) では高周波分配合成器のポートの ISO と SUM をひっくり返して繋ぎ、スペクトラムアナライザ 1 と SUM ポートが繋がるようにして取った波形である。この時のショットノイズレベルの 0.5 s 間の平均は -67.54 dBm、和のノイズレベルの最も下がりきったところの 0.5 s 間の平均は -70.7 dBm であったので、和のノイズ分散はショットノイズに比べて -3.17 dB (48.2 %) 小さくなった。これらの結果から scaling factor なしで EPR-Reid value を計算する (3.4.2 節参照)。X と P の条件付き分散は式

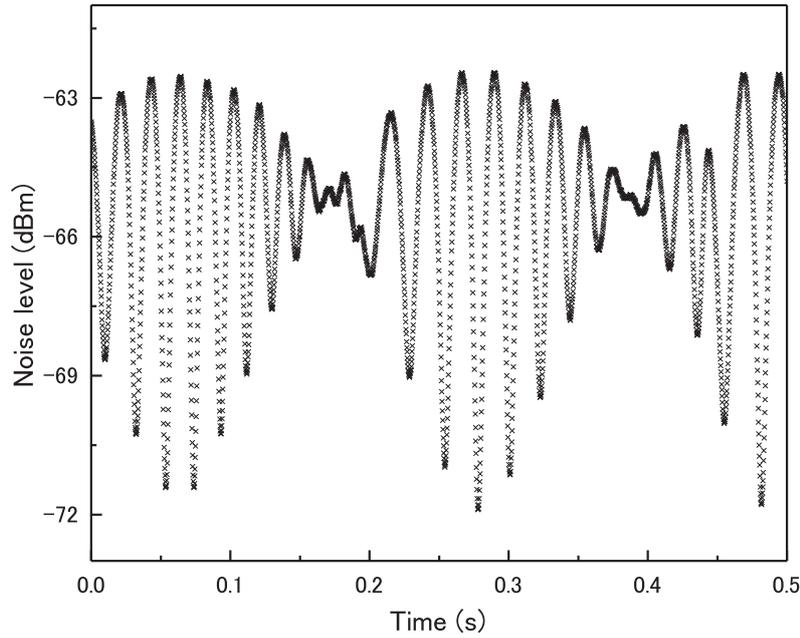


図 5.30: PPLN1, 2 から出たスクイズド光の位相差を 200 mHz の周期で変化させながら, Alice 側 LO の位相を 2 Hz の周期で変化させた 2 モードスクイズド光の時間変化.

3.150, 式 3.152 にもあるように

$$\Delta_{\text{inf}}^2 X = \langle \Delta^2 (X_B - g_X X_A) \rangle \quad (5.24)$$

$$\Delta_{\text{inf}}^2 P = \langle \Delta^2 (P_B - g_P P_A) \rangle \quad (5.25)$$

であったため, scaling factor を調節せず ($g_X = 1, g_P = -1$ とする) に EPR-Reid value を計算すると,

$$\langle \Delta^2 (X_B - X_A) \rangle \langle \Delta^2 (P_B + P_A) \rangle = 0.93 \pm 0.03 \quad (5.26)$$

となった. この結果はアンプノイズの補正を行わない結果である. この時のショットノイズの大きさはアンプノイズに比べて差は 9.3 dB, 和は 9.5 dB であった. 0.2 dB の差が出るのは高周波分配合成器の ISO ポートと SUM ポートの出力が完全に 50 : 50 ではないからである.

この時の PPLN1, 2 のスクイーミングの結果を以下の図 5.32, 図 5.33 に示す. PPLN1 のスクイーミングレベルは -1.26 dB, アンチスクイーミングレベルは 5.75 dB, PPLN2 のスクイーミングレベルは -1.30 dB, アンチスクイーミングレベルは 5.85 dB であった. この結果はアンプノイズを引いていない結果である. PPLN1, PPLN2 のポンプ強度はどちらも導波路出射後で測って 2.0mW であった. PPLN1, 2 のポンプ光のカップリング効率は PPLN1 が 36.5 %, PPLN2 が 44.9 % であった.

フィッティング曲線について

図 5.31 の黒の実線は不完全な検出効率から計算したエンタングルメントの相関の差分散・和分散の曲線である. 直交位相振幅の和と差の分散を, 2つのスクイズド光間の相対位相 θ を任意とした時の式は式 3.121 に示したとおりである. この式にある η_A, η_B はエンタングルメント生成してから検出器に入る

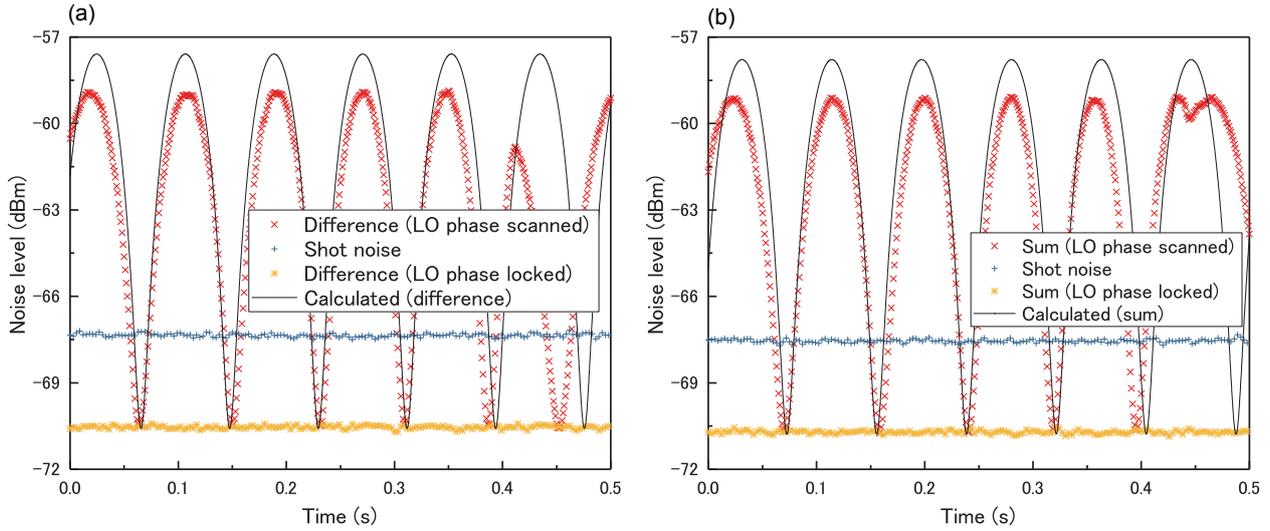


図 5.31: エンタングルメントの周波数領域測定の結果. (a) 差分散 $\langle \Delta^2(X_A - X_B) \rangle$, (b) 和分散 $\langle \Delta^2(P_A + P_B) \rangle$.

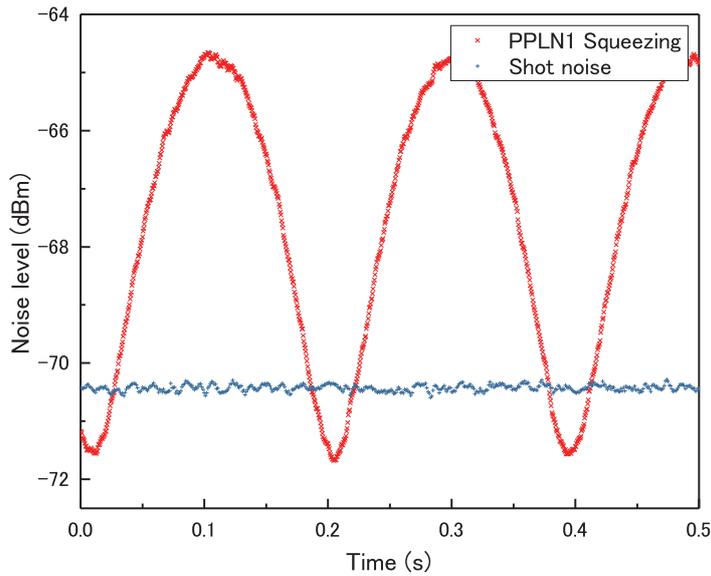


図 5.32: エンタングルメント測定時の PPLN1 のスクイーミング.

までのロス考慮した検出効率で, η_q をホモダイン検出器の量子効率, η_v をエンタングルメントと LO 光の間の visibility, η_t を時間モードマッチ効率, η_o を光学系の透過率とすると,

$$\eta = \eta_q \times \eta_v^2 \times \eta_t \times \eta_o \tag{5.27}$$

と表される. 式 5.23 の時と違って導波路の透過率がないのは, スクイズド光生成からハーフビームスプリッターで重ね合わせる前までのロスと, ハーフビームスプリッターでエンタングルメント生成し検出器に入るまでのロスを分けて考えるためである. 今回の実験では Alice 側について $\eta_{qa} = 0.914$, $\eta_v = 0.872$, $\eta_{oa} = 0.943$ となり, LO 光の増幅利得は 15.8 dB だったため $\eta_t = 1$ とした. よって

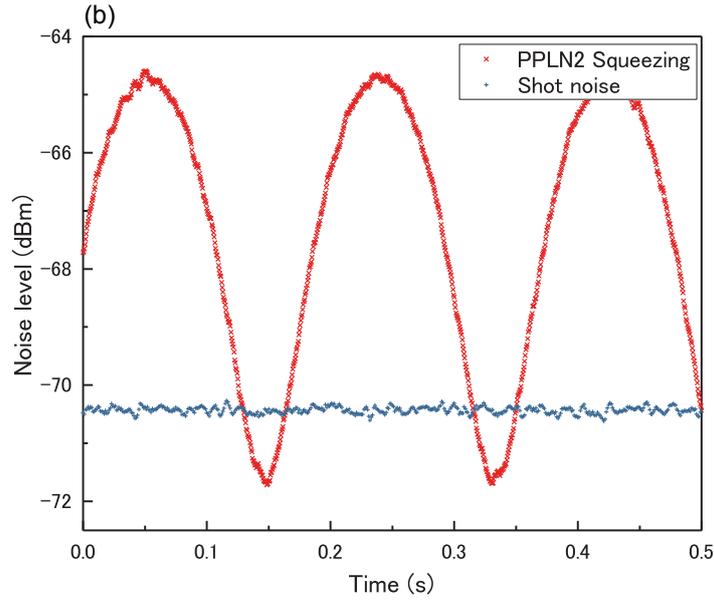


図 5.33: エンタングルメント測定時の PPLN1 のスクイーピング。

Alice 側のエンタングルメント検出効率 $\eta_A = 0.655$ が得られた。Bob 側は $\eta_{qa} = 0.908$, $\eta_v = 0.864$, $\eta_{oa} = 0.976$ となり, LO 光の増幅利得は 14.3 dB だったため $\eta_t = 1$ としたので, $\eta_B = 0.662$ となった。

スクイズド光生成からエンタングルメント生成までの間のロス ξ は $\langle \Delta^2 \hat{x}_1 \rangle, \langle \Delta^2 \hat{p}_1 \rangle, \langle \Delta^2 \hat{x}_2 \rangle, \langle \Delta^2 \hat{p}_2 \rangle$ で考慮している。 $\langle \Delta^2 \hat{x}_1 \rangle, \langle \Delta^2 \hat{p}_1 \rangle, \langle \Delta^2 \hat{x}_2 \rangle, \langle \Delta^2 \hat{p}_2 \rangle$ は式 3.111 から

$$\langle \Delta^2 \hat{x}_i \rangle = \xi_i e^{r_i} \langle \Delta^2 \hat{x}_i^{(in)} \rangle + (1 - \xi_i) \langle \Delta^2 \hat{x}_i^{(v)} \rangle \quad (5.28)$$

と表される (i は 1 もしくは 2 を表す)。 \hat{p}_i についても同様である。入力 $\langle \Delta^2 \hat{x}_i^{(in)} \rangle = \langle \Delta^2 \hat{x}_i^{(v)} \rangle = 1$ とした。導波路の透過率を ξ_w , 2つのスクイズド光の間の visibility を ξ_v , 導波路からハーフビームスプリッターまでの光学系の透過率を ξ_o とすると, ξ は

$$\xi = \xi_v^2 \times \xi_w \times \xi_o \quad (5.29)$$

と表される。 r はスクイーピングパラメーターで, エンタングルメント測定時に合わせて測った PPLN1, 2 のスクイーピングレベルから得て, どちらも 1.39 であった。スクイズド光の効率は PPLN1 側が $\xi_{w1} = 0.891$, $\xi_v = 0.977$, $\xi_{o1} = 0.9998$ であり, $\xi_1 = 0.85$ となった。PPLN2 側は $\xi_{w2} = 0.891$, $\xi_v = 0.977$, $\xi_{o2} = 0.9999$ であり, $\xi_2 = 0.85$ となった。導波路からハーフビームスプリッターまでの光学系の透過率が PPLN1 側と PPLN2 側で違うのは, PPLN1 からハーフビームスプリッターまでは 99.99 % の反射率のミラーを 2 枚使っているのに対し PPLN2 からハーフビームスプリッターまでは同じミラーを 1 枚だけ使っているからである。

測定値から得た η, ξ 元に図 5.31 の曲線をプロットした。最もノイズレベルが落ちるところではフィッティングと実験値がよく一致している。一方でノイズレベルが高いところでは 2 dB 近くフィッティングの方が高くなるという結果になった。エンタングルメント測定時に何らかの原因で PPLN1, 2 に入射するポンプ強度が落ちていたと考えられる。

5.9.2 エンタングルメント測定 -時間領域-

スペクトラムアナライザでエンタングルメントのノイズ分散の時間変化を見ながら時間領域測定を行った。時間領域測定の前に、それまではホモダイン検出器のバランス用に使っていたスペクトラムアナライザ2の設定をスペクトラムアナライザ1と同じ設定にして、スペクトラムアナライザ1で差の分散のノイズレベルの変化を見ながら同時にスペクトラムアナライザ2で和の分散のノイズレベルの変化を見れるようにする。時間領域測定ではオシロスコープの取り込みタイミングをスペクトラムアナライザでノイズ分散が最も小さくなる場所になった時に合わせるため、同時にスペクトラムアナライザでモニタしなければならない。

X_A, X_B の相関の強さを測る際は、スペクトラムアナライザ1には高周波分配合成器のSUMポート側を繋ぐ。差の相関を取るのにSUMポートをスペクトラムアナライザに繋ぐのは、高周波分配合成器が HD_A からの信号に対し、 HD_B からの信号の位相を 180° 回転させて合波するためである。スペクトラムアナライザを見ながら周波数領域測定の時と同じように、 HD_A のみにLO光を入れてPPLN1と2からのスクイーズド光の位相を直交させた後に2台のホモダイン検出器にLO光を入れ、エンタングルメントの差のノイズ分散を見られるようにする。そしてAlice側のLO光の位相を変化させ、ノイズ分散が最も小さくなったところデジタルオシロスコープの取り込みを行う^{*5}。この時、スペクトラムアナライザ2のノイズ分散は最も大きくなっている。取り込みが完了したら図5.1でいう(b)と(c)のシャッターを閉じてスクイーズド光を遮断しLO光のみを2台のホモダイン検出器に入れ、ショットノイズのパルス列の取り込みを行う。

その後再びスクイーズド光も入れて再度1台のホモダイン検出器でスクイーズド光同士の相対位相が直交しているかを確認した後、もう一度2台のホモダイン検出器で差のノイズレベルを見る。そしてAlice側のLO光の位相をノイズレベルが最も小さくなるように調整させてから、今度は最も小さいところと最も大きいところのちょうど真ん中にノイズレベルが来るように(図5.31で言うと-65 dBmのあたり)調整させる^{*6}。こうすることでAlice側のLO光の位相を $\pi/2$ 回したことになり、 P_A を測定できるようになる。次にBob側のLO光の位相を、スペクトラムアナライザ1でのノイズレベルが大きくなるように調整させる。同時にスペクトラムアナライザ2を見ながらノイズレベルが最も小さくなるように微調整する。これでBob側のLO光の位相も P_B に合わせられ、エンタングルメントの P_A, P_B の測定ができるようになる。そして最もノイズレベルが下がっている間にデジタルオシロスコープの取り込みを行う。もしこの時ノイズレベルが上がってしまったら、再び X_A, X_B を定義し直してAlice側、Bob側の位相を $\pi/2$ ずつ回すことをやり直す。取り込みが完了したらスクイーズド光を遮断してショットノイズの取り込みを行う。

時間領域測定ではこのエンタングルメントの X_A, X_B の取り込み、 X_A, X_B のショットノイズの取り込み、 P_A, P_B のエンタングルメントの取り込み、 P_A, P_B のショットノイズの取り込みまでを1セットとして、この時の測定では10セット行った。図5.34は10セットのうちの1セット分だけをプロットしている。他の9セットでも同様の相関図を見ることができた。

1セットの測定ごとに共分散行列を計算し、得られた共分散行列からEPR-Reid基準の判定を行った。1セットの測定で得られた共分散行列の10セット分の平均を式5.30に、そして1セットの測定で得られ

^{*5} この時のLO光の位相を X_A, X_B と定義する

^{*6} この時同時にスペクトラムアナライザ2を見ると、ノイズレベルが最も高いところから最も高いところと最も低いところの半分にまで落ちるのが見える

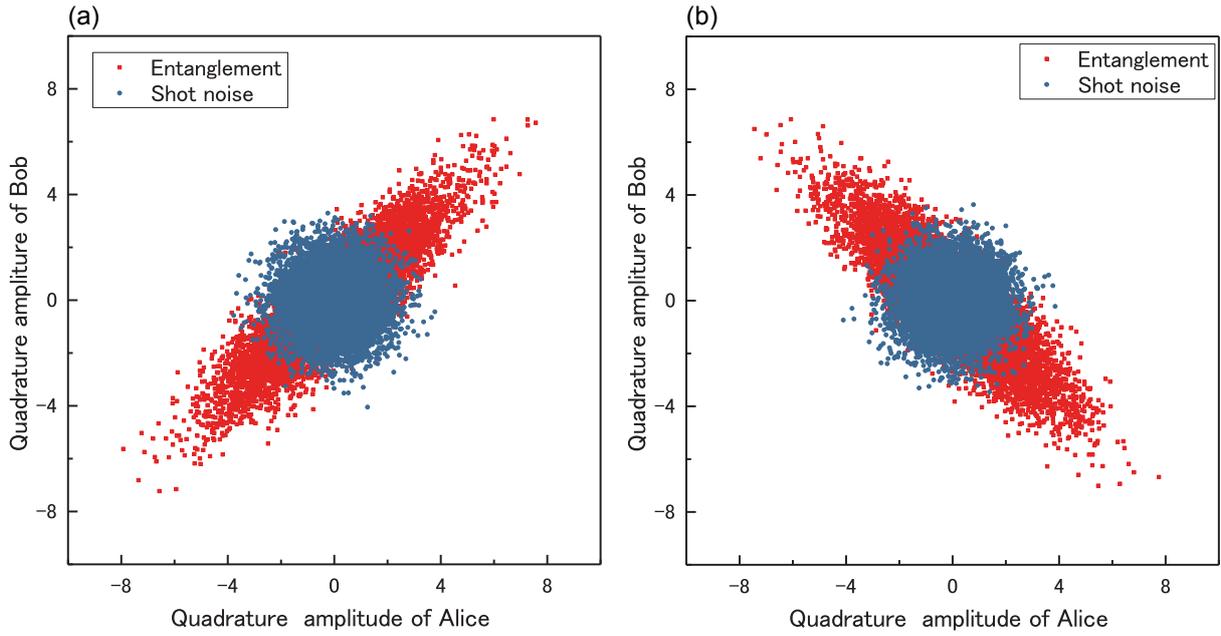


図 5.34: エンタングルメントの時間領域測定の結果. 10 セット測定を行ったうちの 1 回をプロットしている. (a) 直交位相振幅 X を測定した結果. (b) 直交位相振幅 P を測定した結果.

た共分散行列から得た EPR-Reid value の 10 セット分の平均を式 5.31 に示す.

$$\begin{pmatrix} \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.85 & 0.02 & 3.07 & 0.01 \\ 0.02 & 3.97 & 0.02 & -3.12 \\ 3.07 & 0.02 & 3.30 & 0.01 \\ 0.01 & -3.12 & 0.01 & 3.41 \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

$$\left(\Delta^2 X_B - \frac{\langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle^2}{\Delta^2 X_A} \right) \left(\Delta^2 P_B - \frac{\langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle^2}{\Delta^2 P_A} \right) = 0.82 \pm 0.09 \quad (5.31)$$

表 5.6 は 10 回測定して得たエンタングルメントとショットノイズの分散である. X は X_A, X_B の差の分散, P は P_A, P_B の和の分散を表している.

X	P	X (Shotnoise)	P (Shotnoise)
1.01 ± 0.04	1.14 ± 0.10	1.97 ± 0.02	2.04 ± 0.03

表 5.6: 10 回測定して得た和分散・差分.

そしてこの測定の際の光学系の visibility を表 5.7 に示す.

	Alice 側	Bob 側
PPLN1 & PPLN2	97.6 %	97.7%
PPLN1 & PPLNLO	86.0%	86.7%
PPLN2 & PPLNLO	86.7%	87.7%

表 5.7: エンタングルメント測定時の光学系の visibility.

5.10 独立な測定が行えているかどうかの検証

時間領域測定のメリットは、パルス光は 1 つ 1 つのパルスが独立しているため、個々のパルスを独立に測定できるホモダイン検出器があればエンタングルメントの測定も毎回独立して行うことができるという点である。今回のエンタングルメント測定でも 1 回 1 回の測定が独立に行えているかどうかの検証を行った。ホモダイン検出器の章 (4.2.4 節, 4.2.6 節) でも n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルス間の相関係数を $|m| \leq 5$ として計算しているが、これと同じ解析を行った。

5.10.1 重み付けなしでの解析

ショットノイズを測定時に得た X_A, X_B, P_A, P_B のデータを従来通り、適切な区切り位置を offset を 1 つずつずらしてその都度隣り合う区切りとの間の相関係数を求めることで決める。今回の測定での offset をずらした時の相関係数のグラフを図 5.35 に示す。図 5.35 では X_A のみであるが、他の X_B, P_A, P_B についても同様のグラフが得られ、offset は 70 から 80 のあたりで最も相関係数が下がり、相関係数が -0.1 を超えることはなかった。そして最も下がった offset を最適な区切りとして 8655 個のパルスを区切り、5.9.2 節で述べたエンタングルメントの時間領域測定の解析を行っている。そして図 5.36 では n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルス間の相関係数を $|m| \leq 5$ として計算した結果を示す。プロットは 10 回分の測定の平均値を示し、エラーバーは 10 回分の測定の標準偏差を示す。 X_A, X_B, P_A, P_B について、 $|m| = 1$ (隣りあうパルス) の時の相関係数は -0.001 から -0.02 と 0 に近いのに対し、 $|m| = 2$ では 0.06 から 0.09 あたりになり、相関が消しきれなくなっていた。 $|m| \geq 3$ では相関係数は 0 に近い値に戻っている。

5.10.2 重み付けありでの解析

隣り合うパルス間の相関係数は消せるようになったものの、今度が 2 個隣との間に相関を少し持つようになってしまった。そこで、 $|m| \geq 1$ の時の n 番目と $n + m$ 番目のパルス間の相関を消し切るために、[51] を参考にして、オシロスコープで得られた波形のデータに重み付け関数をかけて再度解析を行った。重み付け関数には弱い強度でホモダイン検出器に LO 光を入れ、その時の + 側のフォトダイオードの波形を使った。ホモダイン検出器は AC カップリングされる回路になっているため、波形の高さの中心が 0 になってしまうので、負の重み付けを避けるために得られた波形から最小値が 0 になるように、なおかつ重み付け関数の 116 点のデータの値を全て足すと 1 になるように規格化して作った。作られた重み付け関数を図 5.37, 図 5.38 に示す。

そしてこの重み付け関数を元のデータにかけた上で offset を 1 つずつずらして隣り合う区切りとの間の相関係数を求め、最も下がる offset を正しい区切り位置として 8655 個のパルスのデータを得た。この時

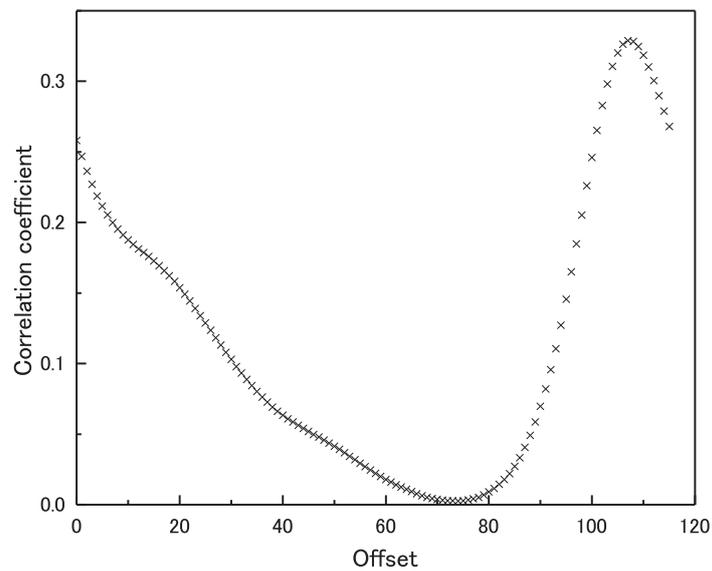


図 5.35: オシロスコープで取り込んだ波形をそのまま使った X_A のショットノイズについて、隣り合う区切りとの間の相関係数の offset 依存性.

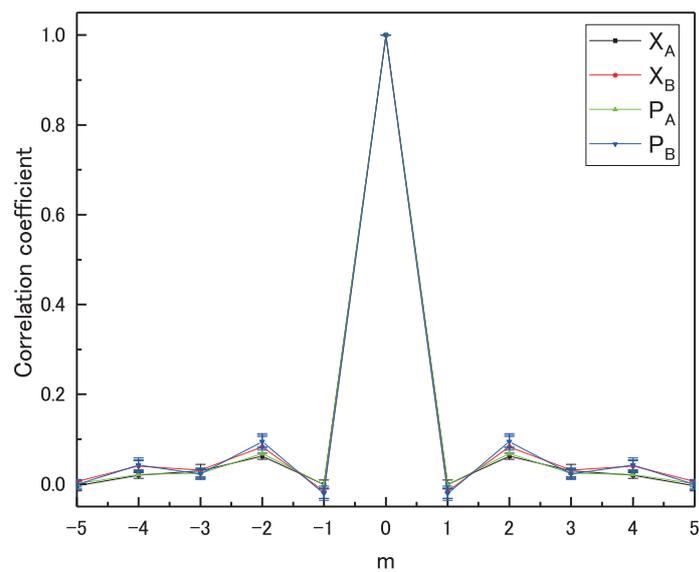


図 5.36: n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの間の相関係数を $|m| \leq 5$ として計算した結果

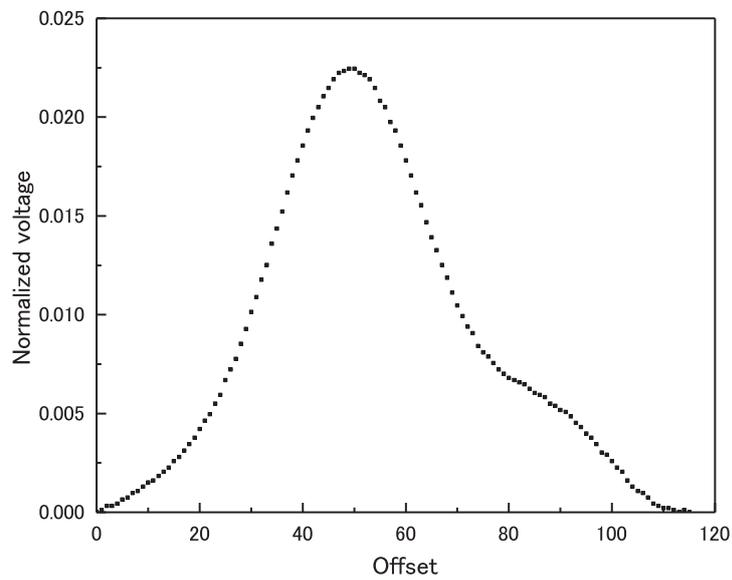


図 5.37: Alice 側のホモダイン検出器で得た波形から作った重み付け関数.

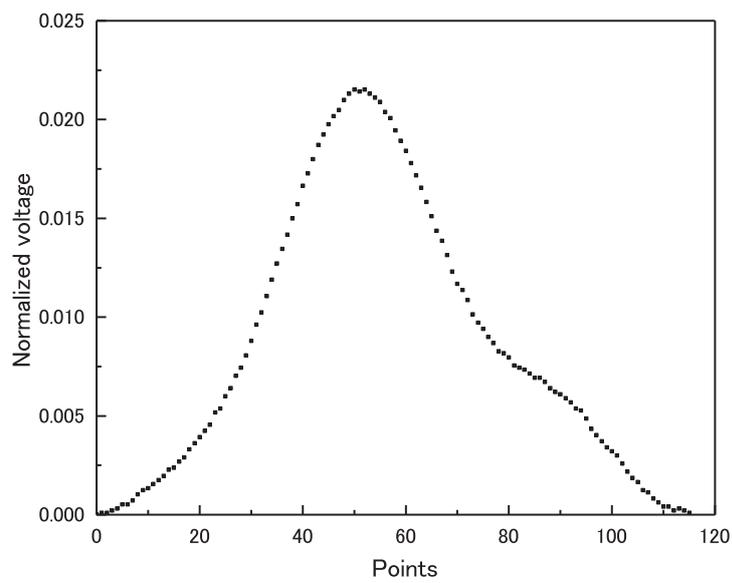


図 5.38: Alice 側のホモダイン検出器で得た波形から作った重み付け関数.

の隣り合う区切りととの間の相関係数の offset 依存性を図 5.39 に示す.

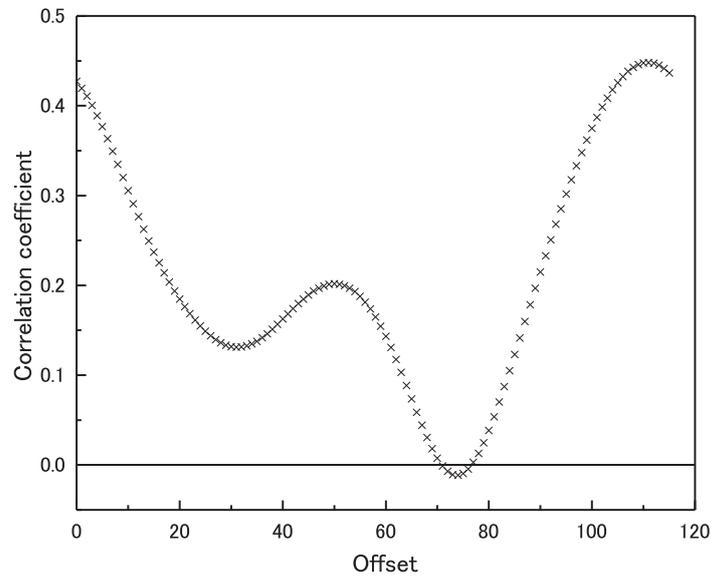


図 5.39: 波形に重み付けをした上での, 隣り合う区切りととの間の相関係数の offset 依存性.

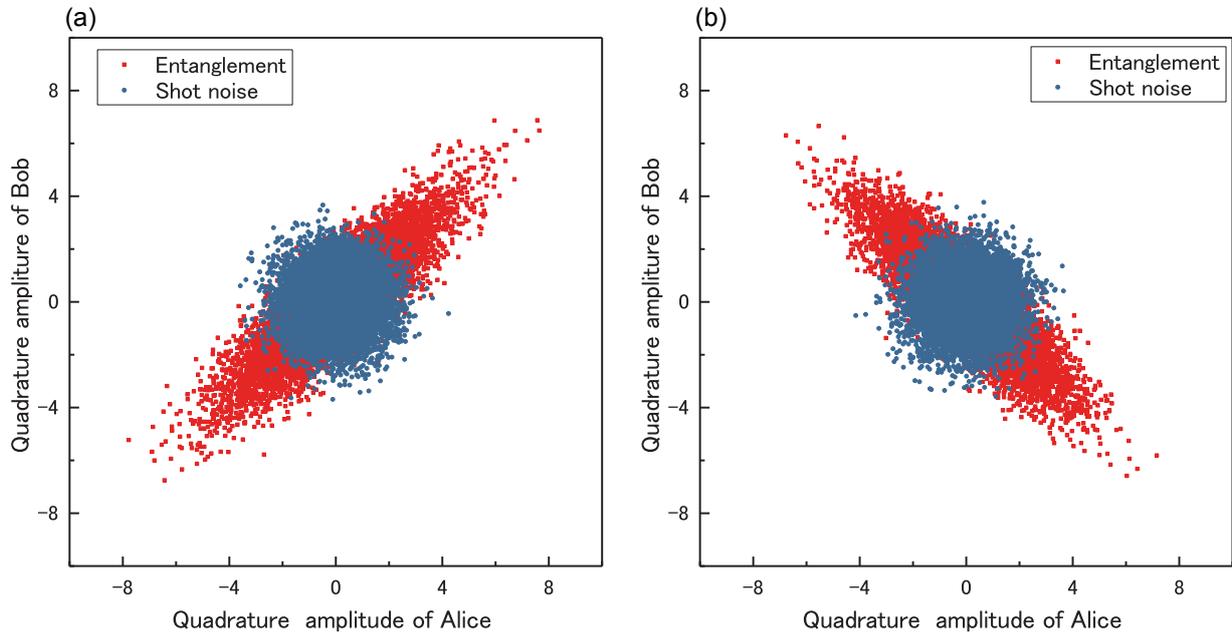


図 5.40: 図 5.34 と同じセットについて, 重み付けをして再度解析した結果.

そして重み付けをした上で再度エンタングルメントの解析と, ショットノイズについて n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスの間の相関係数を $|m| \leq 5$ として計算した. 図 5.40 がその時のエンタングルメントの相関のグラフである. この時の共分散行列の 10 セット分の平均を式 5.32 に, そして 1 セットの測定で得られた共分散行列から得た EPR-Reid value の 10 セット分の平均を式 5.33 に示す.

$$\begin{pmatrix} \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.78 & 0.00 & 3.04 & 0.00 \\ 0.00 & 4.03 & 0.01 & -3.13 \\ 3.04 & 0.01 & 3.32 & 0.00 \\ 0.00 & -3.13 & 0.00 & 3.51 \end{pmatrix} \quad (5.32)$$

$$\left(\Delta^2 X_B - \frac{\langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle^2}{\Delta^2 X_A} \right) \left(\Delta^2 P_B - \frac{\langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle^2}{\Delta^2 P_A} \right) = 0.92 \pm 0.18 \quad (5.33)$$

表 5.8 は 10 回測定して得たエンタングルメントとショットノイズの分散である。X は X_A, X_B の差の分散、P は P_A, P_B の和の分散を表している。

X	P	X (Shotnoise)	P (Shotnoise)
1.02 ± 0.06	1.27 ± 0.20	1.95 ± 0.08	2.03 ± 0.03

表 5.8: 10 回測定して得た和分散・差分分散。

そしてショットノイズについて n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスの間の相関係数を $|m| \leq 5$ として計算した結果を図 5.41 に示す。相関係数の大きさを比較したものを表 5.9 に示す。表 5.9 の比較を見ても、重み付けをしてもあまり 2 個隣との間の相関係数を消せていないことがわかる。むしろ 3 個隣では重み付けなしの方が相関係数が低い。さらにそれだけでなく、EPR-Reid value も重み付けなしの方が良い結果が得られていた。

m	重み付けなし				重み付けあり			
	X_A	P_A	P_A	P_B	X_A	P_A	P_A	P_B
-5	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02	0.04	0.02	0.03
-4	0.02	0.04	0.02	0.04	0.03	0.06	0.02	0.04
-3	0.03	0.03	0.02	0.02	0.05	0.06	0.04	0.06
-2	0.06	0.08	0.07	0.09	0.06	0.09	0.06	0.07
-1	0.00	-0.02	0.00	-0.02	-0.01	-0.01	-0.02	-0.01
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0.00	-0.02	0.00	-0.02	-0.01	-0.01	-0.02	-0.01
2	0.06	0.08	0.07	0.09	0.06	0.09	0.06	0.07
3	0.03	0.03	0.02	0.02	0.05	0.06	0.04	0.06
4	0.02	0.04	0.02	0.04	0.03	0.06	0.02	0.04
5	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02	0.04	0.02	0.03

表 5.9: 重み付けあり・なしで比較した n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスの間の相関係数 ($|m| \leq 5$)。

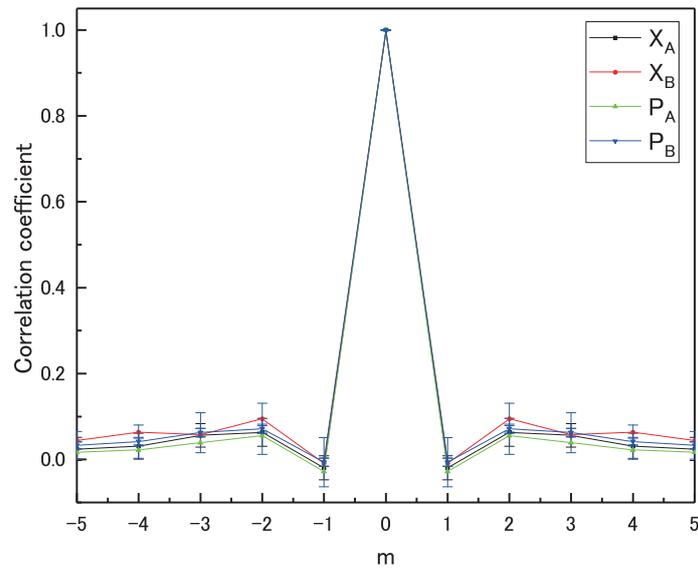


図 5.41: 重み付けをした時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの間の相関係数を $|m| \leq 5$ として計算した結果.

5.10.3 そのほかに行ったこと

独立な測定を実現するために、重み付け関数にかける以外に行ったこととその結果について述べる. 全て時間領域測定での結果のみであるが、その都度とった周波数領域測定では毎回 EPR-Reid 基準を達成していた.

外付けのローパスフィルターを外す

オシロスコープの帯域を 250 MHz に設定している上に外付けのローパスフィルターを用いてデータの取り込みを行っていたため、余計なノイズが入っている可能性がないかを確認するために、オシロスコープの帯域を 250 MHz にしたまま外付けのローパスフィルターを外して測定を行った. なお、この時の測定は 5.9.2 節のデータを取った日とは別日になるため、その時の光学系の visibility を以下の表 5.10 に示す. ホモダイン検出器の量子効率 HD_A が 88.8 %, HD_B が 89.8 % で PPLN1, 2 のポンプ強度は導波路出射後でそれぞれ 2.2 mW, 2.0 mA であった. LO のパラメトリック増幅の利得は Alice 側と Bob 側を平均して 15.9 dB であった.

	Alice 側	Bob 側
PPLN1 & PPLN2	97.6 %	97.7%
PPLN1 & PPLNLO	86.0%	86.7%
PPLN2 & PPLNLO	86.7%	87.7%

表 5.10: エンタングルメント測定時の光学系の visibility.

この時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの相関係数 ($|m| \leq 5$) の結果を図 5.42 と表 5.11 に示す. この時は 6 回測定しており, 6 回の平均値をプロットし, 標準偏差をエラーバーにしている.

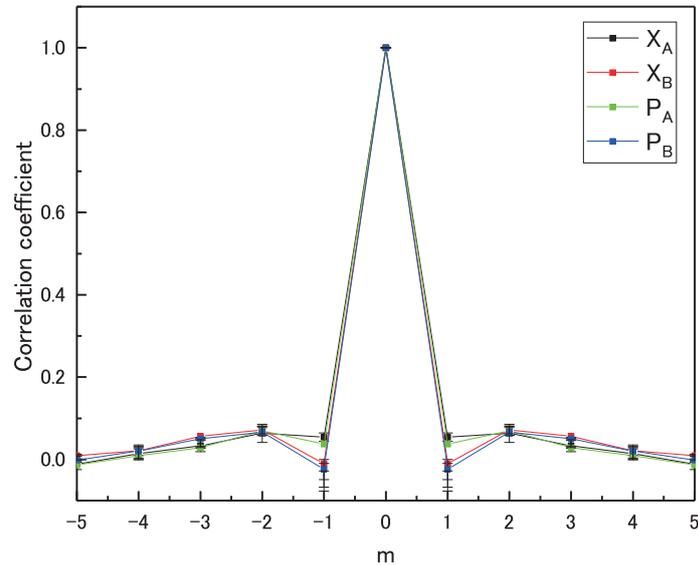


図 5.42: 外付けローパスフィルターを外した時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの相関係数 ($|m| \leq 5$) の結果 (オシロスコープの帯域 250 MHz).

m	X_A	P_A	P_A	P_B
-5	-0.01	0.01	-0.01	0.00
-4	0.01	0.02	0.01	0.02
-3	0.03	0.06	0.03	0.05
-2	0.06	0.07	0.07	0.07
-1	0.05	-0.01	0.04	-0.02
0	1	1	1	1
1	0.05	-0.01	0.04	-0.02
2	0.06	0.07	0.07	0.07
3	0.03	0.06	0.03	0.05
4	0.01	0.02	0.01	0.02
5	-0.01	0.01	-0.01	0.00

表 5.11: オシロスコープの帯域を 250 MHz にしたまま, 外付けローパスフィルターを外した時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの相関係数 ($|m| \leq 5$).

そしてこの時のエンタングルメントの時間領域測定の結果は, 6 回の平均で表 5.12 のようになった. 1 回の測定ごとに得た共分散行列の 6 回分の平均値を式 5.34 に示す.

X	P	X (Shotnoise)	P (Shotnoise)
1.12 ± 0.03	1.13 ± 0.08	2.01 ± 0.02	2.00 ± 0.01

表 5.12: 6 回測定して得た和分散・差分.

$$\begin{pmatrix} \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.52 & 0.02 & 3.79 & 0.00 \\ 0.02 & 4.26 & 0.02 & -3.74 \\ 3.79 & 0.02 & 4.17 & 0.00 \\ 0.00 & -3.74 & 0.00 & 4.36 \end{pmatrix} \quad (5.34)$$

EPR-Reid value は式 5.35

$$\left(\Delta^2 X_B - \frac{\langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle^2}{\Delta^2 X_A} \right) \left(\Delta^2 P_B - \frac{\langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle^2}{\Delta^2 P_A} \right) = 1.05 \pm 0.14 \quad (5.35)$$

のようになった.

同様にして今度はオシロスコープの帯域を 500 MHz に変更して同じ測定を行った. エンタングルメントの測定は 5 回行った. この時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの間の相関係数 ($|m| \leq 5$) の結果を図 5.43 と表 5.13 に示す. 5 回の平均値をプロットし, 標準偏差をエラーバーにしている.

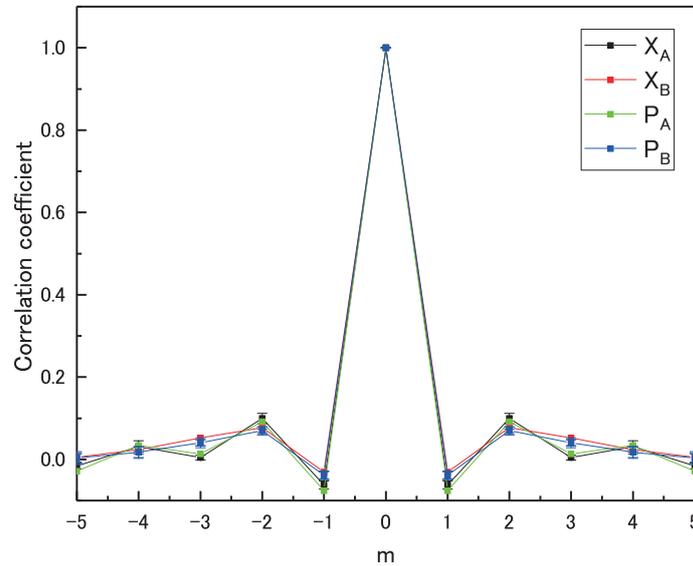


図 5.43: 外付けローパスフィルターを外した時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの間の相関係数 ($|m| \leq 5$) の結果 (オシロスコープの帯域 500 MHz).

そしてこの時のエンタングルメントの時間領域測定の結果は, 5 回の平均で表 5.14 のようになった. 1 回の測定値から得た共分散行列の, 5 回分の平均値を取ったものを式 5.36 に示す.

m	X_A	P_A	P_A	P_B
-5	-0.01	0.01	-0.03	0.00
-4	0.03	0.02	0.03	0.02
-3	0.00	0.05	0.01	0.04
-2	0.10	0.06	0.09	0.07
-1	-0.06	-0.03	-0.08	-0.04
0	1	1	1	1
1	-0.06	-0.03	-0.08	-0.04
2	0.10	0.06	0.09	0.07
3	0.00	0.05	0.01	0.04
4	0.03	0.02	0.03	0.02
5	-0.01	0.01	-0.03	0.00

表 5.13: オシロスコープの帯域を 500 MHz (外付けローパスフィルターなし) に変更した時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの相関係数 ($|m| \leq 5$).

$$\begin{pmatrix} \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\ \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.32 & 0.01 & 3.66 & 0.02 \\ 0.01 & 4.08 & -0.04 & -3.62 \\ 3.66 & -0.04 & 4.07 & 0.04 \\ 0.02 & -3.62 & 0.04 & 4.26 \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

EPR-Reid value は式 5.37

$$\left(\Delta^2 X_B - \frac{\langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle^2}{\Delta^2 X_A} \right) \left(\Delta^2 P_B - \frac{\langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle^2}{\Delta^2 P_A} \right) = 1.06 \pm 0.06 \quad (5.37)$$

のようになった.

X	P	X (Shotnoise)	P (Shotnoise)
1.06 ± 0.06	1.09 ± 0.06	2.01 ± 0.02	1.97 ± 0.02

表 5.14: 5 回測定して得た和分散・差分.

オシロスコープのサンプリングレートを変更

[28, 63] の時間領域測定の際にはオシロスコープのサンプリングレートは 5G sample/s であった. そこで, オシロスコープのサンプリングレートを 10G sample/s から 5G sample/s に落として測定を行い, 隣り合うパルス間の相関係数やエンタングルメントの相関の強さがどうなるかを調べた. なお, この時オシロスコープの帯域は 250 MHz に戻し, 外付けのローパスフィルターはつけている. この測定時の光学系の visibility を以下の表 5.15 に示す. ホモダイン検出器の量子効率 HD_A が 88.2 %, HD_B が 91.5 % であった.

	Alice 側	Bob 側
PPLN1 & PPLN2	96.1 %	96.5%
PPLN1 & PPLNLO	87.3%	86.9%
PPLN2 & PPLNLO	89.0%	87.5%

表 5.15: エンタングルメント測定時の光学系の visibility.

エンタングルメントのデータの取り込みは 10 セット行った. この時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの間の相関係数 ($|m| \leq 5$) の結果を図 5.44 と表 5.16 に示す. 10 回の平均値をプロットし, 標準偏差をエラーバーにしている.

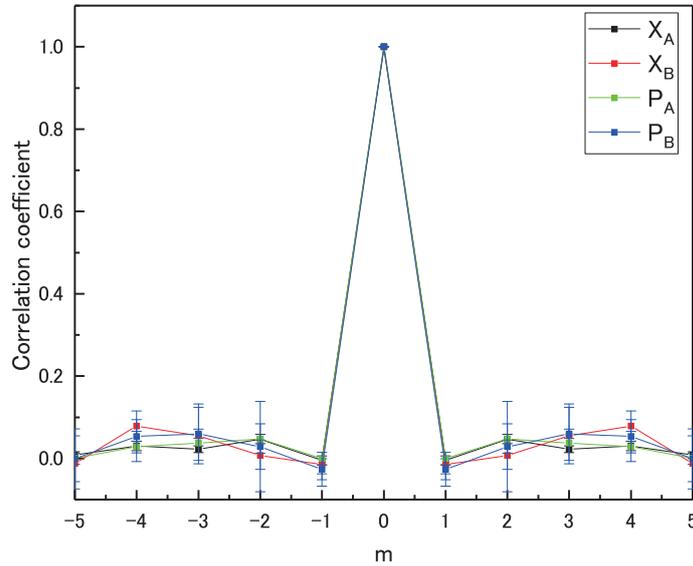


図 5.44: ローパスフィルターをつけてオシロスコープのサンプリングレートを 5G sample/s に変更した時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスとの間の相関係数 ($|m| \leq 5$) の結果.

そしてこの時のエンタングルメントの時間領域測定の結果を表 5.17 と図 5.45 に示す. 図 5.45 は 10 セットの測定のうち 1 セットの相関図である. 表 5.17 は 10 セットの測定の平均値を表している. そして 10 セットの測定から得られた共分散行列は式 5.38 に示す.

$$\begin{pmatrix}
 \langle \Delta^2 X_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_A \rangle & \langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta X_A \Delta P_B \rangle \\
 \langle \Delta P_A \Delta X_A \rangle & \langle \Delta^2 P_A \rangle & \langle \Delta P_A \Delta X_B \rangle & \langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle \\
 \langle \Delta X_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta^2 X_B \rangle & \langle \Delta X_B \Delta P_B \rangle \\
 \langle \Delta P_B \Delta X_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta P_A \rangle & \langle \Delta P_B \Delta X_B \rangle & \langle \Delta^2 P_B \rangle
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 4.63 & 0.06 & 3.59 & -0.07 \\
 0.06 & 4.43 & 0.01 & -3.69 \\
 3.59 & 0.01 & 3.74 & 0.01 \\
 -0.07 & -3.69 & 0.01 & 3.95
 \end{pmatrix}
 \tag{5.38}$$

m	X_A	P_A	P_A	P_B
-5	0.01	-0.01	0.00	0.00
-4	0.03	0.08	0.03	0.05
-3	0.02	0.06	0.04	0.06
-2	0.05	0.01	0.05	0.03
-1	0.00	-0.02	0.00	-0.02
0	1	1	1	1
1	0.00	-0.02	0.0	-0.02
2	0.05	0.01	0.05	0.03
3	0.02	0.06	0.04	0.06
4	0.03	0.08	0.03	0.05
5	0.01	-0.01	0.00	0.00

表 5.16: オシロスコープの帯域を 250 MHz に戻し、サンプリングレートを 5G sample/s に変更した時の n 番目のパルスと $n + m$ 番目のパルスの中の相関係数 ($|m| \leq 5$)。

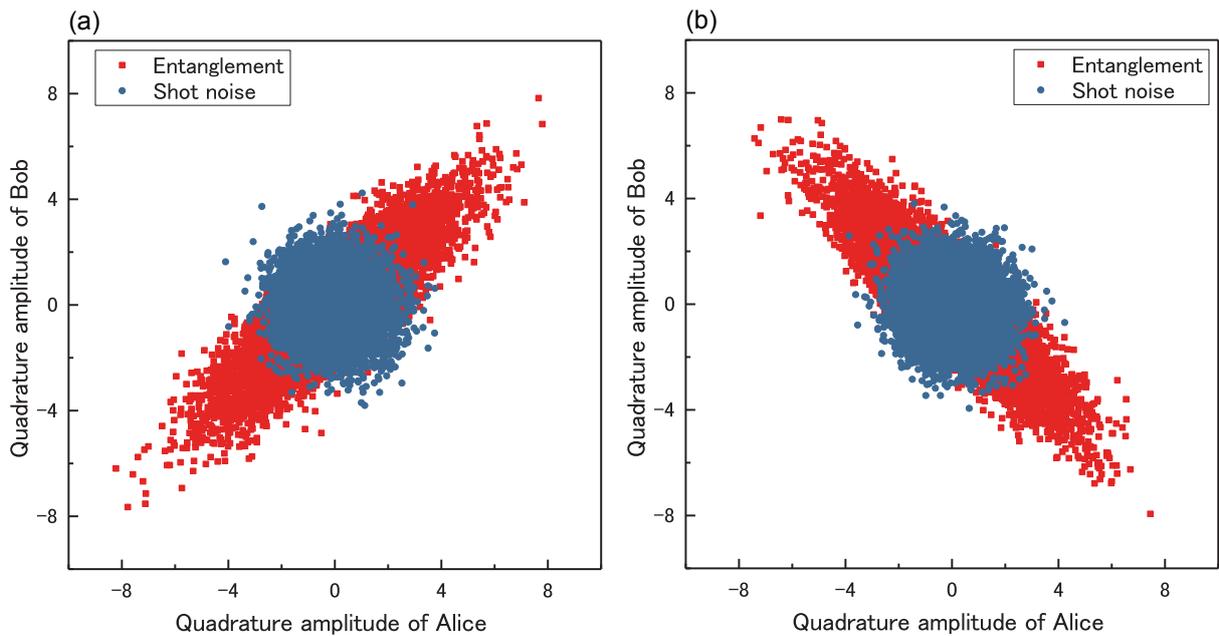


図 5.45: オシロスコープのサンプリングレートを 5G sample/s に変更した時のエンタングルメントの測定結果。

EPR-Reid value は式 5.39

$$\left(\Delta^2 X_B - \frac{\langle \Delta X_A \Delta X_B \rangle^2}{\Delta^2 X_A} \right) \left(\Delta^2 P_B - \frac{\langle \Delta P_A \Delta P_B \rangle^2}{\Delta^2 P_A} \right) = 0.82 \pm 0.13 \quad (5.39)$$

のようになった。サンプリングレートが 10G sample/s の時は、ホモダイン検出器をバランスさせる際に 200 kHz のレーザー由来のノイズを消すように調整すればショットノイズを 2 にすることができていたが、サンプリングレートを 5G sample/s に変更したところ、同じようにバランスさせてもショットノイズが X では 2.1, P では 1.9 と 2 から外れてしまった。サンプリングレートを遅くすることで低周波の

ノイズを拾いやすくなったと考えられる。

X	P	X (Shotnoise)	P (Shotnoise)
1.19 ± 0.06	1.01 ± 0.04	2.09 ± 0.04	1.90 ± 0.03

表 5.17: 10 回測定して得た和分散・差分。

5.10.4 結果のまとめ

オシロスコープの設定（帯域，サンプリングレート）を変更したり，外付けのローパスフィルターを外したりしてみたものの，いずれの結果も隣り合うパルスで相関が残ったり，隣り合うパルスでの相関が消せても 2 個隣，3 個隣で相関が生まれてしまうという結果になった。また，EPR-Reid value も平均値が 1 を超える結果になったり，平均値が 1 を下回って EPR-Reid 基準を満たせていたとしても標準偏差が大きく，標準偏差を考慮したうえで EPR-Reid 基準を満たせる結果はなかった。よって，現時点ではオシロスコープの帯域を 250 MHz にした上で外付けのローパスフィルターをつけ，サンプリングレートは 10G sample/s で測定を行い，重み付けはしないほうが望ましいと言える。

5.11 本章のまとめ

本章では，エンタングルメントの時間領域測定で EPR-Reid 基準を達成するまでに行なったことについて，実験手順や光学系の調整方法，測定方法と解析方法について述べた。

次に，EPR-Reid 基準を満たす相関の強いエンタングルメント測定を行うために光学系の見直しについて述べた。ここでは LO 光のパルスシェイプを行うための導波路を 2 本にして，より強い LO 光を得るために高い強度のポンプ光を LO 光のパラメトリック増幅に使っても導波路のダメージが少なくなる工夫をしたものの，パラメトリック増幅の位相の調整の難しさから 1 本に戻した。LO 光とエンタングルメントの間の空間モードマッチを向上させるために光軸調整の方法を工夫し，より正確に光軸を合わせる方法について述べた。また，導波路を再研磨したこともあり，位相整合温度をもう一度測定し直してより効率的にスクイズド光を得られる位相整合温度を探し直した。

そして，光学系の見直しを行なった際のエンタングルメント測定の結果についても述べた。LO の導波路を 2 本にした時に比べ，1 本に戻した方がより相関の強いエンタングルメントの観測ができていることがわかった。これは LO の導波路を 2 本にした際に，パラメトリック増幅のための干渉計は 1 つのままだったため，片方の導波路では最大限増幅する位相に合わせられていたためパルスシェイプができていたものの，もう片方の導波路では途中の光学素子の違いなどからポンプ光と LO 光の間に位相差が発生し，適切にパルスシェイプができていなかったものと考えられる。

これらのエンタングルメント測定をした際に，ショットノイズの和分散，差分が片方は 2 を上回り，もう片方は 2 を下回るという問題が起きた。これはレーザー自身が発する 200 kHz のノイズであることを突き止め，レーザー自身のノイズが測定に影響を及ぼさないようにするため，ホモダイン検出器のバランスの方法を変えた。その結果，ショットノイズの和分散，差分は 2 に落ち着いた。

次に行なったこととして，LO 光のパルスシェイプの際のパラメトリック増幅の利得が最低でも何 dB 必要なのかを検証した。これは LO 光のパルスシェイプに使う導波路を 1 本に戻したため，1 本の導波路に強いポンプ光を入れて導波路がダメージを受けることを避ける目的があった。パラメトリック利得を変

えてスクイーミングの測定を行い、得られたスクイーミングレベルとアンチスクイーミングレベルから検出効率を算出した。結果として 10 dB 以上のパラメトリック利得で検出効率が飽和したため、10 dB のパラメトリック利得があれば十分に時間的モードミスマッチを防げるくらいにパルスシェイプが行えることがわかった。

これらの工夫を重ねた結果、エンタングルメントの時間領域測定において条件付き分散の積（相関の強さ）が EPR パラドックスと steering の実証ができる相関の基準である EPR-Reid 基準（条件付き分散の積が 1 未満）を満たす、 0.82 ± 0.09 という結果を得た。これは 10 回測定した中での平均値である。同じ条件で測定した周波数領域測定においても X の差分散がショットノイズに比べて -3.19 dB、 P の和分散がショットノイズに比べて -3.17 dB 小さくなり、これらを scaling factor なしの EPR-Reid 基準の式に当てはめると 0.93 ± 0.03 となり、こちらも EPR-Reid 基準を満たした。パルス光源を用いて時間領域測定、周波数領域測定の両方で EPR-Reid 基準を満たした実験はこれが世界初である。

時間領域測定では 1 回 1 回の測定が独立であるという利点があるが、実際の測定で n 番目と $n + m$ 番目のパルス間の相関係数を測定したところ、隣り合うパルス間の相関係数は 0 に近かったが、2 つ隣で 0.08 程度の相関を持ってしまっていた。この相関を消すために、ホモダイン検出器で片側のフォトダイオードのみに光を入れて波形をとったものを重み付け関数として再度解析を行ったり、デジタルオシロスコープの設定を変更するなどの工夫を行なったが、改善は見られなかった。

第6章

まとめ・今後の展望

本研究では、1つのパルスで1つの直交位相振幅値を得る時間領域測定においてエンタングルメント測定を行い、EPR パラドックスと steering の実証を行うことを目標とした。そのためにホモダイン検出器を自作する、光学系の見直しを行う、時間的モードミスマッチを避けるための LO 光のパルスシェイプがどれくらいのパラメトリック利得で十分に行えるかを検証することなどを行なった。その結果、時間領域測定・周波数領域測定どちらにおいても直交位相振幅エンタングルメントにおいて EPR パラドックスと steering の実証を行うための相関の基準である EPR-Reid 基準（直交位相振幅 \hat{X}, \hat{P} の条件付き分散の積が 1 未満）を満たすエンタングルメント測定に成功した（時間領域：0.82, 周波数領域：0.93）。

ホモダイン検出器の自作については、過去の本研究室で作られていた回路図を元に、よりオペアンプが安定して動作するように非反転増幅回路の増幅率を変更し、フォトダイオードが高速応答するために逆バイアスを従来の 16 V から 25 V に変更した。しかし LO 強度を上げていくにつれて回路が飽和してしまう上にパルスの時間応答性も悪くなっていることが確認された。性能としてはさらに高い LO 強度でも飽和しづらく、さらに高速応答する回路を作ることが望ましいため、今後も回路設計の見直しが必要であると考えられる。

時間領域測定で EPR-Reid 基準を満たす相関の強いエンタングルメントの生成・観測を行うために必要な課題として、

1. 時間領域測定では周波数領域測定と違い、検出器のアンプノイズの補正ができないため、アンプノイズが気にならないくらいに LO 光の強度を高くする
2. レーザー由来のノイズが確認されたため、ノイズを消せるようにホモダイン検出器のバランスを調整する
3. 光軸の visibility を向上させる
4. 個々の測定が独立かどうかを確かめる

があった。1つ目の LO 光の強度を高くすることに関しては、LO 光のパルスシェイプを行う際のパラメトリック増幅を、より高強度で行うためにはポンプ光と LO 光を導波路に多く入れることが求められるが、そうすると導波路がダメージを受けてしまう危険性があった。そのため、1本の導波路ではなく2本の導波路でパルスシェイプを行う光学系に変更したが、パラメトリック増幅のためにポンプ光と LO 光の位相を合わせる光学系の調整が難しく、片方で増幅し切れてももう片方の導波路では増幅が足りないという問題があったため、1本に戻すこととなった。そこで、1本の導波路でもダメージを避けるために、より弱いポンプ強度で十分なパルスシェイプを得たいと考え、パラメトリック利得を変えてスキューミングを測定し、そこから算出した検出効率で十分なパルスシェイプが得られるパラメトリック利得が 10 dB

以上であることを確認した。

2つ目のレーザー由来のノイズは、レーザー自身が 200 kHz 付近の低周波ノイズを持っていることがわかった。これはエンタングルメント測定を実際に行なった際に、本来 2 になるはずであるショットノイズの和分散と差分散が 2 から外れたことから発覚したことである。ノイズを消すために修理を依頼したもののノイズは消えなかったため、ホモダイン検出器のバランスの仕方を変えることでホモダイン検出器が検出するノイズを低減させることができた。

光軸の visibility 向上については、LO 光と PPLN1, 2 から出た光の光軸を合わせる際に、毎回ビームプロファイラを使って光軸を合わせるようにし、丁寧に visibility を上げる工夫をした。その結果 visibility が最大で 6 % も向上した。

時間領域測定では、1つ1つのパルスが独立したモードを持っているため、検出器が1つ1つのパルスを独立に測ることができれば独立した測定が可能になる。エンタングルメント測定の際にショットノイズを用いて各パルスごとに独立した測定が行えているかどうかの検証を行なった。相関係数は 0.1 を下回るものの、完全に相関を消し切れているわけではないため、今後さらなる工夫が必要であると考えられる。

今後の展望としては、独立した測定を行うためにホモダイン検出器のさらなる改良や解析方法の見直しが必要であると考えられる。また、今回時間領域測定で EPR-Reid 基準を満たすエンタングルメント生成・観測に成功したが、将来的には 2 台のホモダイン検出器を遠く (4 m) 離し、光速でも Alice と Bob がお互いに影響を及ぼさないようにして局所性のループホールを閉じる実験 [49] や、 \hat{X} , \hat{P} どちらの基底で Alice と Bob が測定するかをお互いランダムにする選択の自由のループホールを閉じる実験などを行い、全てのループホールを閉じて EPR パラドックスの実証を行えることを期待している。そのためにはより光学系の visibility を向上させる必要がある。これには空間位相変調器を用いて LO 光の空間モードや位相の微調整を行えば visibility が上がるのではないかと期待ができる。そして選択のループホールを閉じるためには Alice と Bob で測定する基底をランダムに選べるシステムの構築が必要であるが、本研究室では量子乱数生成の研究も行われているため、不可能ではないと考えている。

付録 A

時間解析プログラム

以下に、時間領域測定 of 解析で使ったプログラムのソースコードを載せる。

A.1 時間領域プログラム（重み付けなし）

```
/* ファイルからデータを読み込む */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

/* データ数 */
#define NUM 1000000
#define ccreresult "ccresult.txt"
#define Averesult "Averesult.txt"
#define offset 116/*it should be less than 270?? */
#define p 8700 /* the number of pulse should be less than 7300 ?? */
#define S 70 /*the selected data point from S. If you want to use the selected data,
please change the avearray[j][k]=ave1 also. */
#define E 110 /* the selected data point to E, both S and E should be less than F.
Furthermore, E is larger than S */

int main(void)
{

    /* ファイルポインター */
    FILE *fp;
    FILE *fp1;
    FILE *fp2;

    /* 関数の大きさ指定 */

    /* float data[NUM]; */
    int j,k[offset],seg,seg1,seg2,seg3,ism,kk;

    /* データの読み込み確認 */
    fp = fopen("data.txt", "r←読み込ませるファイル");//
    if (fp == NULL)
    {
        fopen("ccresult.txt","w");
        printf読み込みファイルを開くできませんでした("\n");
    }
}
```

```
        return 0;
    }

    fp1 = fopen("ccresult.txt","w");
    if (fp1 == NULL)
    {printf"相関係数書き込みファイルが出力されませんでした("\n");
      return 0;
    }

    fp2 = fopen("Averesult.txt","w");
    if (fp2 == NULL)
    {printf"パルス平均値ファイルが出力されませんでした("\n");
      return 0;
    }

    long int i;
    float sum,sum1,sum2,sum3;
    float ave,ave1;
    double D,D1,D2;
    float avearray[offset][p];
    double F;
    /* definition of variables for calculation the correlation coefficient*/

    float data1 [p],data2 [p];
    float sumda1,sumda2,sum2da1,sum2da2,sumda12;
    float varda1,vara2,covda12;
    float cc;

    float *data;
    data = (float *)malloc(sizeof(float)*NUM);
    if(data==NULL) exit(0);

    /* 周期の決定 */
    double SL;
    double fre;
    SL = 10000000000; /*SAMPLING LATE of oscilloscope*/
    fre = 86558247; /*precise pulse repetition rate of 76MHz */
    F= SL / fre; 1パルスあたりの点数 /**/

    /* データを読み込む */
    for(i=0;i<NUM;i++)
    {
        fscanf(fp, "%f", &data[i]);
    }

    /* 初期化2 */
    j=0;

    for (j=0;j<offset;j++)
    {
        /* オフセット j の内の初期化for */
        i=0;
        k[j]=0;
        sum=0;
        sum1=0;
    }
}
```

```
sum2=0;
sum3=0;
seg=0;
seg1=0;
seg2=0;
seg3=0;
D=F;
D1=F-S+1;
D2=F-E;オフセット毎に仕切りを書き込み
/**/
if(j>0){char  sepa;
    sepa='*';

    fprintf(fp2, "\n%c%c%c%c%c%c%c%c%c\n\n",
        sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa);}

for(i=0;i<NUM;i++)
{
    D = D-1;
    if( D >0 )    /**1
    {
        if (D>=D1)    /**2
        {
            sum1 = sum1 + data[i+j];
            seg1 = seg1 + 1;
        }
        else    /**2
        {
            if (D>=D2)    /**3
            {sum2=sum2+data[i+j];
                seg2=seg2+1;
            }
            else    /**3
            {sum3=sum3+data[i+j];
                seg3=seg3+1;
            }
        }
    }
}
/* 周期を決める */
else    /**1
{
    sum = sum1+sum2+sum3 + data[i+j];
    seg = seg1+seg2+seg3 + 1;
    ave = sum/seg;
    ave1=sum2/seg2;

    if((i+j)<NUM){
        fprintf(fp2,"%d , %ld , %d , %f , %f \n",j,i,seg,sum,ave);}

    if (k[j]<p) /**4
    {
        /*If you want to only select some data,
        you let avearray[j][k]=ave1.
        The correlation of selected data will be given.*/
        avearray [j] [k[j]] =ave;
        D=D+F;
        sum=0;
        sum1=0;
        sum2=0;
```

```
        sum3=0;
        seg=0;
        seg1=0;
        seg2=0;
        seg3=0;
        k[j]=k[j]+1;
    }
    /*else      *4
    {
        k=0;
        D=F;
        seg=0;
        seg1=0;
        seg2=0;
        seg3=0;
        sum=0;
        sum1=0;
        sum2=0;
        sum3=0;
        i=mu;

        char sepa;
        sepa='*';

        fprintf(fp2, "\n%c%c%c%c%c%c%c%c%c\n\n",
        sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa);
    }*/

    }
}
k[j]=k[j]-1;
}

/*
=====

setting two variables to calculate correlation coefficient.
for selecting of offset.

=====*/

j=0;
i=0;
kk=0;

for (j=0;j<offset;j++)
{
    /* loading variables */

    for(i=0;i<k[j];i++)
    {data1 [i] =avearray [j] [i];}
    for (i=0;i<k[j]-1;i++)
    {data2 [i] = avearray [j] [i+1];
    }
    data2 [k[j]-1]=avearray [j] [0];
```

```
/* 初期化 3 */

sumda1=0;
sumda2=0;
sum2da1=0;
sum2da2=0;
sumda12=0;
kk=0;
cc=0;
varda1=0;
varda2=0;
covda12=0;

/* calculate correlation between data1[i] and data2[i]*/
for (isum=0;isum<k[j]; isum++)
{sumda1=sumda1+data1[isum];
  sumda2=sumda2+data2[isum];
  sum2da1=sum2da1+data1[isum]*data1[isum];
  sum2da2=sum2da2+data2[isum]*data2[isum];
  sumda12=sumda12+data1[isum]*data2[isum];
  kk=kk+1;}
varda1=(sum2da1/kk)-((sumda1*sumda1)/kk/kk);
varda2=(sum2da2/kk)-((sumda2*sumda2)/kk/kk);
covda12=(sumda12/kk)-((sumda1*sumda2)/kk/kk);
cc=covda12/sqrt(varda1*varda2);

fprintf(fp1,"%d,%.10f\n",j,cc);
}

/*for (i=1;i<p; i++)
 {fprintf(fp1,"%f,%f\n",data1[i],data2[i]);}*/ファイルをクローズ

/**/
fclose(fp);
fclose(fp1);
fclose(fp2);
free(data);

return 0;
}
```

A.2 時間領域プログラム（重み付けあり）

重み付け関数を用いた場合の解析プログラムのソースコードを載せる。

```
/* ファイルからデータを読み込む */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

/* データ数 */
#define NUM 1000000
#define ccrestult "ccrestult.txt"
#define Averestult "Averestult.txt"
#define offset 116/*it should be less than 270?? */
#define p 8660 /* the number of pulse should be less than 7300 ?? */
#define S 40 /*the selected data point from S. If you want to use the selected data,
please change the avearray[j][k]=ave1 also. */
#define E 80 /* the selected data point to E, both S and E should be less than F.
Furthermore, E is larger than S */
#define ii 116

int main(void)
{

/* ファイルポインター */
FILE *fp;
FILE *fp1;
FILE *fp2;
FILE *fp3;
/* 関数の大きさ指定 */

/* float data[NUM]; */
int j,k[offset],seg,seg1,isum,kk;

/* データの読み込み確認 */
fp = fopen("data.txt", "r←読み込ませるファイル");//
if (fp == NULL)
{
fopen("ccrestult.txt","w");
printf読み込みファイルをオープンできませんでした("\n");
return 0;
}

fp3 = fopen("weight.txt", "r");
if (fp3 == NULL)
{
fopen("Averestult.txt", "w");
printf読み込みファイルをオープンできませんでした("\n");
return 0;
}

fp1 = fopen("ccrestult.txt","w");
if (fp1 == NULL)
{printf相関係数書き込みファイルが出力されませんでした("\n");
return 0;
```

```
}

fp2 = fopen("Averesult.txt","w");
if (fp2 == NULL)
{printfパルス平均値ファイルが出力されませんでした("\n");
  return 0;
}

long int i,h;
double sum,sum1;
double ave;
double D,D1,D2;
float avearray[offset][p];
double F;
/* definition of variables for calculation the correlation coefficient*/

float data1 [p],data2 [p];
double sumda1,sumda2,sum2da1,sum2da2,sumda12;
double varda1,vara2,covda12;
float cc;

float *data;
data = (float *)malloc(sizeof(float)*NUM);
if(data==NULL) exit(0);

float *w;
w = (float *)malloc(sizeof(float)*NUM);
if(w==NULL) exit(0);

/* 周期の決定 */
double SL;
double fre;
SL = 10000000000; /*SAMPLING LATE of oscilloscope*/
fre = 86558247; /*precise pulse repetition rate of 76MHz */
F= SL / fre; 1パルスあたりの点数 /**/

/* データを読み込む */
for(i=0;i<NUM;i++)
{
  fscanf(fp, "%f", &data[i]);
}

for(h=0;h<ii;h++)
{
  fscanf(fp3, "%f", &w[h]);
}

/* 初期化2 */
j=0;

for (j=0;j<offset;j++)
{
  /* オフセット j の内の初期化for */
  i=0;
  k[j]=0;
}
```

```

sum=0;
sum1=0;
// sum2=0;
// sum3=0;
seg=0;
seg1=0;
// seg2=0;
// seg3=0;
D=F;
D1=F-S+1;
D2=F-E;
h=0;オフセット毎に仕切りを書き込み
/**/
if(j>0){char sepa;
    sepa='*';

    fprintf(fp2, "\n%c%c%c%c%c%c%c%c%c\n\n",
        sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa);}

for(i=0; i<NUM; i++)
{
    D = D-1;
    if( D > 0 )    /**1
    {
        sum1 = sum1 + data[i+j] * w[h];
        seg1 = seg1 + 1;
        h = h + 1;
    }
    /* 周期を決める */
    else    /**1
    {
        sum = sum1+ data[i+j] * w[h];
        seg = seg1+ 1;
        ave = sum/seg;
        // ave1=sum2/seg2;

        if((i+j)<NUM){
            fprintf(fp2, "%d , %ld , %d , %lf , %lf \n", j, i, seg, sum, ave);}

        if (k[j]<p) /**4
        {
            /*If you want to only select some data,
            you let avearray[j][k]=ave1.
            The correlation of selected data will be given.*/
            avearray [j] [k[j]] =sum;
            D=D+F;
            sum=0;
            sum1=0;
            // sum2=0;
            // sum3=0;
            seg=0;
            seg1=0;
            // seg2=0;
            // seg3=0;
            k[j]=k[j]+1;
            h=0;
        }
    }
}

```

```
        /*else
        {
            k=0;
            D=F;
            seg=0;
            seg1=0;
            seg2=0;
            seg3=0;
            sum=0;
            sum1=0;
            sum2=0;
            sum3=0;
            i=mu;

            char sepa;
            sepa='*';

            fprintf(fp2, "\n%c%c%c%c%c%c%c%c%c\n\n",
                sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa, sepa);
        }*/

    }

}
k[j]=k[j]-1;
}

/*
=====

setting two variables to calculate correlation coefficient.
for selecting of offset.

=====*/

j=0;
i=0;
kk=0;

for (j=0;j<offset;j++)
{
    /* loading variables */

    for(i=0;i<k[j];i++)
    {data1 [i] =avearray [j] [i];}
    for (i=0;i<k[j]-1;i++)
    {data2 [i] = avearray [j] [i+1];
    }
    data2 [k[j]-1]=avearray [j] [0];

    /* 初期化 3 */

    sumda1=0;
    sumda2=0;
    sum2da1=0;
```

```
sum2da2=0;
sumda12=0;
kk=0;
cc=0;
varda1=0;
varda2=0;
covda12=0;

/* calculate correlation between data1[i] and data2[i]*/
for (isum=0;isum<k[j]; isum++)
{sumda1=sumda1+data1[isum];
 sumda2=sumda2+data2[isum];
 sum2da1=sum2da1+data1[isum]*data1[isum];
 sum2da2=sum2da2+data2[isum]*data2[isum];
 sumda12=sumda12+data1[isum]*data2[isum];
 kk=kk+1;}
varda1=(sum2da1/kk)-((sumda1*sumda1)/kk/kk);
varda2=(sum2da2/kk)-((sumda2*sumda2)/kk/kk);
covda12=(sumda12/kk)-((sumda1*sumda2)/kk/kk);
cc=covda12/sqrt(varda1*varda2);

fprintf(fp1,"%d,%.10f\n",j,cc);
}

/*for (i=1;i<p; i++)
 {fprintf(fp1,"%f,%f\n",data1[i],data2[i]);}*/ファイルをクローズ

/**/
fclose(fp);
fclose(fp1);
fclose(fp2);
free(data);

return 0;
}
```

参考文献

- [1] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?,” *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [2] M. D. Reid, P. D. Drummond, W. P. Bowen, E. G. Cavalcanti, P. K. Lam, H. A. Bachor, U. L. Andersen and G. Leuchs, “Colloquium: The Einstein-Podolsky-Rosen paradox: From concepts to applications,” *Rev. Mod. Phys.* **81**, 1727–1751 (2009).
- [3] 古澤明「量子光学と量子情報科学」数理工学社, 2005.
- [4] N. Bohr, “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?,” *Phys. Rev.* **48**, 696 (1935).
- [5] 日本物理学会 編「アインシュタインと 21 世紀の物理学」pp 135–158, 日本評論社, 2005.
- [6] E. Schrödinger, “Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik,” *Die Naturwissenschaften*, **23**, 807 (1935).
- [7] E. Schrödinger, “Discussion of Probability Relations between Separated Systems,” *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **31**, pp 555–563 (1935).
- [8] H. M. Wiseman, S. J. Jones, and A. C. Doherty, “Steering, Entanglement, Nonlocality, and the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox,” *Phys. Rev. Lett.* **98**, 140402 (2007).
- [9] J. S. Bell, “On the Einstein Podolsky Rosen Paradox,” *Physics*, **1**, 195–200 (1964).
- [10] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, “Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell’s Inequalities,” *Phys. Rev. Lett* **49**, 91 (1982).
- [11] M. D. Reid, “Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using nondegenerate parametric amplification,” *Phys. Rev. A* **40**, 913 (1989).
- [12] A. Shinjo, N. Hashiyama, A. Koshio, Y. Eto, and T. Hirano, “Observation of strong continuous-variable Einstein-Podolsky-Rosen entanglement using shaped local oscillators,” *Proc. SPIE 9996, Quantum Information Science and Technology II*, 99960I (2016).
- [13] H. Vahlbruch, M. Mehmet, K. Danzmann, and R. Schnabel, “Detection of 15 dB Squeezed States of Light and their Application for the Absolute Calibration of Photoelectric Quantum Efficiency,” *Phys. Rev. Lett.* **117**, 110801 (2016).
- [14] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley, “Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity,” *Phys. Rev. Lett* **55**, 2409 (1985).
- [15] Ling-An Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall, and Huifa Wu, “Generation of Squeezed States by Parametric Down Conversion,” *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2520 (1986).
- [16] R. E. Slusher, P. Grangier, A. LaPorta, B. Yurke, and M. J. Potasek, “Pulsed Squeezed Light,

- ” Phys. Rev. Lett. **59**, 2566 (1987).
- [17] T. Hirano and M. Matsuoka, “Generation of broadband squeezed states pumped by CW mode-locked pulses,” Appl. Phys. B **55**, 233–241 (1992).
- [18] K. Bergman and H. A. Haus, “Squeezing in fibers with optical pulses,” Opt. Lett. **16**, 663–665 (1991).
- [19] C. Kim and P. Kumar, “Quadrature-Squeezed Light Detection Using a Self-Generated Matched Local Oscillator,” Phys. Rev. Lett. **73**, 1605 (1994).
- [20] M. E. Anderson, M. Beck, and M. G. Raymer, “Quadrature squeezing with ultrashort pulses in nonlinear-optical waveguides,” Opt. Lett. **20**, 620–622 (1995).
- [21] F. Kaiser, B. Fedrici, A. Zavatta, V. D’Auria, and S. Tanzilli, “A fully guided-wave squeezing experiment for fiber quantum networks,” Optica **3**, 362–365 (2016).
- [22] M. Stefszky, R. Ricken, C. Eigner, V. Quiring, H. Herrmann, and C. Silberhorn, “Waveguide Cavity Resonator as a Source of Optical Squeezing,” Phys. Rev. Appl. **7**, 044026 (2017).
- [23] O. Aytür and P. Kumar, “Squeezed-light generation with a mode-locked Q-switched laser and detection by using a matched local oscillator,” Opt. Lett. **17**, 529–531 (1992).
- [24] Y. Eto, T. Tajima, Y. Zhang, and T. Hirano, “Observation of quadrature squeezing in a $\chi^{(2)}$ nonlinear waveguide using a temporally shaped local oscillator pulse,” Opt. Express **16**, 10650–10657 (2008).
- [25] Y. Eto, A. Koshio, A. Ohshiro, J. Sakurai, K. Horie, T. Hirano, and M. Sasaki, “Efficient homodyne measurement of picosecond squeezed pulses with pulse shaping technique,” Opt. Lett. **36**, 4653 – 4655 (2011).
- [26] D. T. Smithey, M. Beck, and M. G. Raymer, “Measurement of the Wigner Distribution and the Density Matrix of a Light Mode Using Optical Homodyne Tomography: Application to Squeezed States and the Vacuum,” Phys. Rev. Lett. **70**, 1244 (1993).
- [27] J. Wenger, R. Tualle-Brouri, and P. Grangier, “Pulsed homodyne measurements of femtosecond squeezed pulses generated by single-pass parametric deamplification,” Opt. Lett. **29**, 1267–1269 (2004).
- [28] R. Okubo, M. Hirano, Y. Zhang, and T. Hirano, “Pulse-resolved measurement of quadrature phase amplitudes of squeezed pulse trains at a repetition rate of 76 MHz,” Opt. Lett. **33**, 1458 – 1460 (2008).
- [29] P. D. Townsend and R. Loudon, “Quantum-noise reduction at frequencies up to 0.5 GHz using pulsed parametric amplification,” Phys. Rev. A **45**, 458 (1992).
- [30] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, “Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox for continuous Variables,” Phys. Rev. Lett. **68**, 3663 (1992).
- [31] Ch. Silberhorn, P. K. Lam, O. Weiß, F. König, N. Korolkova, and G. Leuchs, “Generation of Continuous Variable Einstein-Podolsky-Rosen Entanglement via the Kerr Nonlinearity in an Optical Fiber,” Phys. Rev. Lett. **86**, 4267 (2001).
- [32] C. Schori, Jens L. Sørensen, and E. S. Polzik, “Narrow-band frequency tunable light source of continuous quadrature entanglement,” Phys. Rev. A **66**, 033802 (2002).
- [33] W. P. Bowen, R. Schnabel, P. K. Lam, and T. C. Ralph, “Experimental Investigation of Criteria for Continuous Variable Entanglement,” Phys. Rev. Lett. **90**, 043601 (2003).

- [34] W. P. Bowen, R. Schnabel, P. K. Lam, and T. C. Ralph, “Experimental characterization of continuous-variable entanglement,” *Phys. Rev. A* **69**, 012304 (2004).
- [35] J. Wenger, A. Ourjoumtsev, R. Tualle-Brouiri, and P. Grangier, “Time-resolved homodyne characterization of individual quadrature-entangled pulses,” *Eur. Phys. J. D* **32**, 391–396 (2005).
- [36] J. Laurat, T. Coudreau, G. Keller, N. Treps, and C. Fabre, “Effects of mode coupling on the generation of quadrature Einstein-Podolsky-Rosen entanglement in a type-II optical parametric oscillator below threshold,” *Phys. Rev. A* **71**, 022313 (2005).
- [37] N. Takei, N. Lee, D. Moriyama, J. S. Neergaard-Nielsen, and A. Furusawa, “Time-gated Einstein-Podolsky-Rosen correlation,” *Phys. Rev. A* **74**, 060101(R) (2006).
- [38] Y. Zhang, T. Furuta, R. Okubo, K. Takahashi, and T. Hirano, “Experimental generation of broadband quadrature entanglement using laser pulses,” *Phys. Rev. A* **76**, 012314 (2007).
- [39] Y. Eto, A. Nonaka, Y. Zhang, and T. Hirano, “Stable generation of quadrature entanglement using a ring interferometer,” *Phys. Rev. A* **79**, 050302(R) (2009).
- [40] Y. Shang, X. Jia, Y. Shen, C. Xie, and K. Peng, “Continuous variable entanglement enhancement and manipulation by a subthreshold Type II optical parametric amplifier,” *Opt. Lett.* **35**, 853–855 (2010).
- [41] T. Eberle, V. Händchen, J. Duhme, T. Franz, R. F. Werner, and R. Schnabel, “Strong Einstein-Podolsky-Rosen entanglement from a single squeezed light source,” *Phys. Rev. A* **83**, 052329 (2011).
- [42] V. Händchen, T. Eberle, S. Steinlechner, A. Sambrowski, T. Franz, R. F. Werner, and R. Schnabel, “Observation of one-way Einstein-Podolsky-Rosen steering,” *Nat. Photonics* **6**, 596–599 (2012).
- [43] T. Eberle, V. Händchen, and R. Schnabel, “Stable control of 10 dB two-mode squeezed vacuum states of light,” *Opt. Express* **21**, 11546–11553 (2013).
- [44] T. Eberle, V. Händchen, J. Duhme, T. Franz, F. Furrer, R. Schnabel, and R. F. Werner, “Gaussian entanglement for quantum key distribution from a single-mode squeezing source,” *New. J. Phys.* **15**, 053049 (2015).
- [45] S. Steinlechner, J. Bauchrowitz, T. Eberle, and R. Schnabel, “Strong Einstein-Podolsky-Rosen steering with unconditional entangled states,” *Phys. Rev. A* **87**, 022104 (2013).
- [46] S. Yokoyama, R. Ukai, S. C. Armstrong, C. Sornphiphatphong, T. Kaji, S. Suzuki, J. Yoshikawa, H. Yonezawa, N. C. Menicucci and A. Furusawa, “Ultra-large-scale continuous-variable cluster states multiplexed in the time domain,” *Nat. Photonics* **7** 982–986 (2013).
- [47] M. Fuwa, S. Takeda, M. Zwiernik, H. M. Wiseman and A. Furusawa, “Experimental proof of non-local wavefunction collapse for a single particle using homodyne measurements,” *Nat. Commun.* **6**, 6665 (2015).
- [48] J. Peise, I. Kruse, K. Lange, B. Lücke, L. Pezzè, J. Arlt, W. Ertmer, K. Hammerer, L. Santos, A. Smerzi, and C. Klempt, “Satisfying the Einstein-Podolsky-Rosen criterion with massive particles,” *Nat. Commun.* **6**, 8984 (2015).
- [49] Y. Zhang, R. Okubo, M. Hirano, Y. Eto, and T. Hirano, “Experimental realization of spatially separated entanglement with continuous variables using laser pulse trains,” *Sci. Rep.* **5** 13029 (2015).

- [50] S. Ast, M. Ast, M. Mehmet, and R. Schnabel, “Gaussian entanglement distribution with gigahertz bandwidth,” *Opt. Lett.* **41**, 5094–5097 (2016).
- [51] J. Yoshikawa, S. Yokoyama, T. Kaji, C. Sornphiphatphong, Y. Shiozawa, K. Makino, and A. Furusawa, “Generation of one-million-mode continuous-variable cluster state by unlimited time-domain multiplexing,” *APL Photonics* **1**, 060801 (2016).
- [52] J. Lee, K. Park, T. Zhao, and Y. Kim, “Einstein-Podolsky-Rosen Entanglement of Narrow-Band Photons from Cold Atoms,” *Phys. Rev. Lett.* **117**, 250501 (2016).
- [53] L. S. Madsen, V. C. Usenko, M. Lassen, R. Filip and U. L. Andersen, “Continuous variable quantum key distribution with modulated entangled states,” *Nat. Commun.* **3**, 1083 (2012).
- [54] 松岡正浩「量子光学」裳華房, 2000.
- [55] Amnon Yariv, 「光エレクトロニクス 展開編」丸善, 2000.
- [56] 花村榮一「岩波講座 現代の物理学 8 量子光学」岩波書店, 1992.
- [57] S. L. Braunstein and P. van Loock, “Quantum information with continuous variables,” *Rev. Mod. Phys.* **77**, 513 (2005).
- [58] M. O. Scully and M. S. Zubairy, “Quantum Optics,” Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1997.
- [59] 広田修 監修「スクィズド光 あたらしい光学への招待」森北出版株式会社, 1990.
- [60] L. M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac, and P. Zoller, “Inseparability Criterion for Continuous Variable Systems,” *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2722 (2000).
- [61] 衛藤雄二郎「通信波長帯パルス光の連続変数エンタングルメントに関する研究」博士論文, 学習院大学, 2009.
- [62] 新城亜美「補正を必要としない EPR エンタングルメントの観測」修士論文, 学習院大学, 2016.
- [63] 大久保竜飛「高速ホモダイン検出器を用いたパルス光エンタングルメントの研究」修士論文, 学習院大学, 2009.
- [64] 橋山直侑「波形整形した局部発振光を用いたパルス光エンタングルメントの研究」修士論文, 学習院大学, 2015.