『学習院大学　経済論集』第33巻　第2号（1996年8月）

ジャッジメンタル・クオンツと ダウンサイド・リスクについて

辰　巳　憲　一

1．投資決定における判断 —— はじめに

投資決定における判断，あるいは投資技法を選択する際の判断を重視するのが最近の傾向である。それは一つには運用者がもつ様々な独自性を投資決定に組み込めるため注目されているからであろう。本稿では，具体例としてダウンサイド・リスクなどをあげながら，その意味を考察してみたい。そしてダウンサイド・リスクを最小にするポートフォリオ戦略についても少し詳しく考察してみる。

2．判断と数量的投資技法 —— 投資戦略の一展望

「判断」とは，思考の根本形式で，いくつかの「概念」または「表象」の間の関係を肯定したり，否定したりする。もっとも簡単な場合「AはBである」あるいは「AはBでない」という形式をとる。ここで，「概念」とは，また，いくつかの判断の結果つくられるものである。

それゆえ，判断が数量的技法と直ちに矛盾するわけではない。つまり，「数量的技法はあいまいさをしりぞけた科学的な構造をもっているのに対して，判断はむしろ人間のあいまいさを許す伸縮性を持っている」と二極を分離して考えるのは表面的すぎるのである。

数量的技法つまりクオンツであるにもかかわらず（あるいは，「であって，しかも」），判断を必要とする投資手法はこれまでいくつも存在した。例えばフォーミュラ運用において，リバランス期毎に売買して達成する名目的な投資比率がそれにあたる。(1 また，シャープが考案したCCPI戦略における投資比率も運用者が設定しなければならない変数である。(2 これらの値の決定は，過去のデータに基づいたシミュレーション分析によって一応の結論を得て，それに判断を加えるという形で行わざるをえないし，そうされてきた。

他方，CCPI戦略におけるフロアはむしろ最低目標収益（率）あるいは最低目標資産残高とみなせるものだが，投資モデルに直接係わる変数以外の経済変数群を用いて何らかの方法によって設定しなければならない。そのため，その決定には高度な判断を必要としよう。また，次節で詳述する，ダウンサイド・リスクを最小化する投資戦略においても同じような性格のある変数，目標収益率が存在する。

さらに，投資決定にあたって，収益性や安全性だけでなく，流動性や顧客関係の維持などの複数の目標があり，それらの間の重要度を決定しなければならないとすれば，それにもきわめて高度な判断が必要とされる。このような投資問題を数量的に解くには目標計画法（goal programing, GPと略される）を応用しなければならないが，そのためには目標の重要度を示す比重あるいは

目標間の優先順位を事前に設定しなければならないのである。

翻ってみれば，伝統的な平均分散（MV）ポートフォリオ理論における平均値と分散（正確には標準偏差）の間の選択も，実際上なかなか困難な判断を必要とした。理論的には無差別曲線群（効用関数の等高線）を用いて投資比率を決定するが，効用関数とは「判断」のうちの特殊なものであり，解析的な分析可能性に限定した「判断」ということができよう。

もちろん，クルーシャルに判断に依存する投資技法はある。ほんの一例をあげてみよう。一般に予測は当たらないのが常であるが，変化の方向や変化の大きさの順序づけ位は比較的高い精度で予測できるかもしれない。その種の予測と判断を組み合わせるのである。まず，複数のアナリストに1年，2年，3年，5年，10年後の業種収益を予測してもらう。そしてそれらの平均をとり，データのない年次を補間計算などし，その割引現在価値を，一応暫定的な，業種株式のファンダメンタル価値とみなす。それらの値の業種間の順位は正しいとみなしてよいかもしれない。投資を決定する，より上位のコミッティでは，これらの順位を与えられたものとして，マクロ経済などに基づく判断に従って業種株式のファンダメンタル価値（絶対値。つまり，業種間の価値の開き）を決め，セクター・アロケーションに活用するのである。

3．DRポートフォリオ戦略

(1) ダウンサイド・リスク

ダウンサイド・リスク（downside risk，以下では時にDRと略）を最小にするポートフォリオ戦略を表題の通りに呼ぶことにしよう。ダウンサイド・リスクを定義するために，nある個別銘柄i（i＝1，2，・・・，n）の収益率R_iの予想が棒グラフで示され，全ての収益率はm区分されるとする（j＝1，2，・・・，m）。jは収益率の低い水準から高い水準に番号付けられ，g（g≦m）番目に，ある投資家の目標収益率Gがあるとする。第i銘柄収益率R_{ij}の各jには確率w_{ij}が対応しており，確率の法則により

$$\Sigma_{j=1}^{m} w_{ij} = 1$$

が成立する。

ダウンサイド確率（downside probability）とは収益率が当該投資家の目標収益率Gを達成できない確率である。第i銘柄についてそれを$W_i(G)$で定義すると，

$$W_i(G) = \Sigma_{j=1}^{g+1} w_{ij}$$

となる。平均ダウンサイド値（average downside value）$A_i(G)$とは目標収益率Gを達成できなくなる場合の平均値である。

$$A_i(G) = \Sigma_{j=1}^{g+1} w_{ij} R_{ij} / W_i(G)$$

この値は投資失敗時の平均的な結末の大きさを測っている。

ダウンサイド・リスクδ_i（G）とは収益率が目標値を達成できない程度（偏差値と呼ばれる）の2乗値を確率で加重和にした値の平方根で定義され，いわゆるtarget semi-varianceの平方根である。つまり，

$$\delta_i^2(G) = \Sigma_{j=1}^{g+1} w_{ij} (R_{ij} - G)^2 / W_i(G)$$

となる。[(3]

次に以上の定義をポートフォリオに対しても適用しておこう。ポートフォリオを（x_1，x_2，・・・，x_n）で表そう。$\Sigma x_i=1$が成り立つ。ポートフォリオの収益率R_{pj}は

$$R_{pj}(x)=\Sigma_{i=1}^{n} x_i R_{ij}$$

となる。その確率分布は

$$w_{pj}(x)=\Sigma_{i=1}^{n} x_i w_{ij}$$

となる。ポートフォリオのダウンサイド確率は，それゆえ，

$$W_p(x;G)=\Sigma_{j=1}^{g+1} w_{pj}$$

となる。そして，ポートフォリオのダウンサイド・リスクは

$$\delta_p(x;G)^2=\Sigma_{j=1}^{g+1} w_{pj}(x)(R_{pj}(x)-G)^2/W_p(x;G)$$

で定義される。

(2) DRポートフォリオ理論の概略

DRポートフォリオ戦略は，次のように定式化され，ポートフォリオ制約式とポートフォリオ収益率の期待値がある一定のパラメター値μに等しいという制約の下，ポートフォリオのダウンサイド・リスクを最小化するようにポートフォリオxが決められる。

$$\begin{aligned}&\underset{(x)}{\mathrm{Min}}\ \delta_p\\ &\mathrm{subject\ to}\quad \Sigma_{i=1}^{n} x_i=1\\ &\qquad\qquad\qquad \Sigma_{i=1}^{n}\Sigma_{j=1}^{m} x_i w_{ij} R_{ij}=\mu\end{aligned}$$

DRポートフォリオ理論は以上のようにモダン・ポートフォリオ理論と似たような定式化をするが，目的関数がふつうの２次形式でないなど，理論の構造はまったく異なる。まず，投資家や運用者の投資目標（goal）という概念を明示的にとりいれた投資理論は，これまで，存在しなかった。また，リスクに対して投資実践者の常識に沿うような定義がなされるという意味でも従来の投資理論とは違う。それゆえ，DRポートフォリオ理論をポスト・モダン・ポートフォリオ理論（post modern portfolio theory，略してPMPT）と呼ぶことがある。

もしR_iが正規分布するなら，あるいはR_pがほぼ正規分布するなら，分布の１次と２次のモーメントつまり期待値と分散そして共分散だけによって，ダウンサイド・リスクなどが定義でき，上の最適化問題を定式化できることは言うまでもなかろう（巻末付録参照）。

(3) 目標収益率の設定

目標収益率は例えば，保険数理上の利子率，将来の資金収支の均衡を達成する収益率，などである。いずれにしても，目標収益率とは受け入れられる最低の収益率であり，できればそれを超える方が望ましい収益率である。

目標収益率を低く設定すると，例えばG＝０となる極限の場合を想像してみればわかるように，伝統的なポートフォリオ戦略と変わるところは少ない。他方，高すぎる目標は問題を生む。少し高い目標収益率を設定した場合には，数ある銘柄のうち高リターン銘柄を選ばざるをえず，リスクは高くなってしまう。目標収益率をどんどん高くしていけば，それを達成できる銘柄は限られていき，いずれは早晩ポートフォリオを組むことはできなくなってしまおう。

設定する目標収益率に応じて１つの有効フロンティアが定まる。それゆえ，運用者は自由に目標収益率を定められるから，それに応じて無限に多くの有効フロンティアが存在することになる。

(4) リスクとリスク・テイキング（risk-taking）

このDR投資戦略は旧来の概念の問題点を浮かび上がらせる。それゆえ，投資にまつわる旧来の概念を再整理しておかねばならないだろう。まずは，リスクについて考えてみよう。

目標収益率が決してマイナスになることはないため，キャッシュ（現金性資産，短期金融商品）はダウンサイド確率が100％になるリスクの極めて高い商品になる。この状況は株式相場暴落時においても変わらない。キャッシュはさらに悪いことにインフレーションによって購買力を減少させてしまうリスク（インフレ・リスクともいわれる）にも晒されている。

リスクとリターンのトレードオフという経済原則が厳に存在するとすれば，このように異常に高いリスクのキャッシュがもたらす（べき）報酬（リターン）は流動性しか考えられない。流動性動機でのみキャッシュは持たれるのである。

(5) アクティブネス（activeness）

DRポートフォリオ戦略においてインデックスを目標収益率にする投資戦略が考えられる。これは，パッシブ運用の代表といわれたインデックス運用とDRポートフォリオ戦略が組み合わさったものになる。インデックス運用の一種であってもキャッシュの保有比率が低いなどの特徴があり，それゆえ，旧来の基準からみればアクティブな要素を持ちうる。

インデックスDR戦略と投資家が独自に設定した目標収益率に基づくDRポートフォリオ戦略とでは，投資モデルとしての構造は似ているところがあるものの，ポートフォリオの構成はかなり違ってくる。一点だけ具体的に述べると，収益率がインデックスのそれと高い相関を持つ銘柄の構成が，インデックスDR戦略では，著しく高くなるのである。

DRとMVを同時に視野に入れると，ベストのリターンをあげる投資家はMVリスクを最大化し，DRリスクを最小化しているだろう。彼はMVの観点からみれば，リスクをとるアクティブ・プレーヤーだが，DRの観点を従来からの視座でみるとリスク回避的になる。

(6) ポートフォリオのパフォーマンス

リスク概念が修正されたことによって，当然パフォーマンス指標も新しいものをつくらねばならない。次の比率は提案者の名前をとって，ソルティノ尺度（Sortino ratio）と呼ばれる。

$$\{E(R_p)-G\}/\delta_p$$

Gは無リスク証券利子率R_fより高く設定されると考えられるので，キャッシュの尺度は常にマイナスとなる。

(7) ファジィDRポートフォリオ戦略

目標収益率をファジィ変数として捉えるのがファジィDRポートフォリオ戦略である。このポートフォリオ問題はファジィ２次計画法（ファジィQP）で解くことになる。

4．DR戦略を従来のポートフォリオ戦略と比較する

以上の概念を数値例でみた上で，従来のポートフォリオ戦略と比較してみよう。

表１の計算はアメリカにおける各種証券の1978年から92年の年率収益率に基づいている。小型株と外国株は，伝統的リスク（標準偏差）が特に高いにもかかわらず，期待収益率は高くない計

測値がえられていることに注目される。

表１の第三列以降は，各収益率が正規分布をし，目標収益率を10%と仮定して計算されている。DRとダウンサイド確率についての特徴的な事柄は次のようになる。キャッシュ（短期金融商品）のダウンサイド確率は100%になることが確認できる。そして，DRはもっとも低くなる。小型株については，外国株よりダウンサイド確率は高いがDRは低い。外国株の収益率分布が目標収益率である10%のより左の範囲で厚くなっているからである。

DRの大きさは外国株，小型株，大型株，債券，キャッシュの順である。ところが，パフォーマンスをソルティノ尺度で比較してみると，大型株，小型株，外国株，債券，キャッシュの順になり，リスク証券内での順位は逆転する。

表１．主要アセット・クラスのリスクとパフォーマンス

	期待収益率	標準偏差	DR	ダウンサイド確率	シャープ尺度	ソルティノ尺度
大型株	15.45	15.80	2.09	23.2	0.44	2.61
小型株	15.44	20.50	3.36	29.2	0.34	1.62
外国株	15.30	18.26	4.49	27.1	0.38	1.18
債　券	10.59	7.49	1.85	40.8	0.29	0.32
ｷｬｯｼｭ	8.45	0.83	1.62	100.0	0.00	−0.96

注）1978年から1992年までのアメリカでの収益率数値（年率%）に基づく。また、目標収益率を10%としている。

DR投資法で最適化したポートフォリオ（図１ではDRと省略）と従来の平均と分散を用いた最適ポートフォリオ（図１ではMVと省略）を比較してみよう。また，それらのなかでも，それぞれのリスクのみを最小化するMinimum Risk Portfolio（従来Minimum Variance Portfolioと呼ばれていたものが対応しているが，リスク概念の拡張によりもはやVarianceという言葉を使わない方が良いわけである。）とキャッシュの期待収益率と標準偏差から有効フロンティアへ接線を引いてえられる接点ポートフォリオ（Efficiency Portfolio）を代表的なものとして注目してみる。

従来のリスク概念を用いる場合，図１上段のように，いずれのポートフォリオも有効フロンティアに乗っている。そして，伝統的な視点からみると，DR戦略の方がリスクをとっていることもわかる。図１下段のように，新しいリスク概念DRを用いて同様な比較を行ってみると，MV戦略はフロンティア上にはなく，有効性は大いに劣っている。

５．投資スタイルの組み合わせ

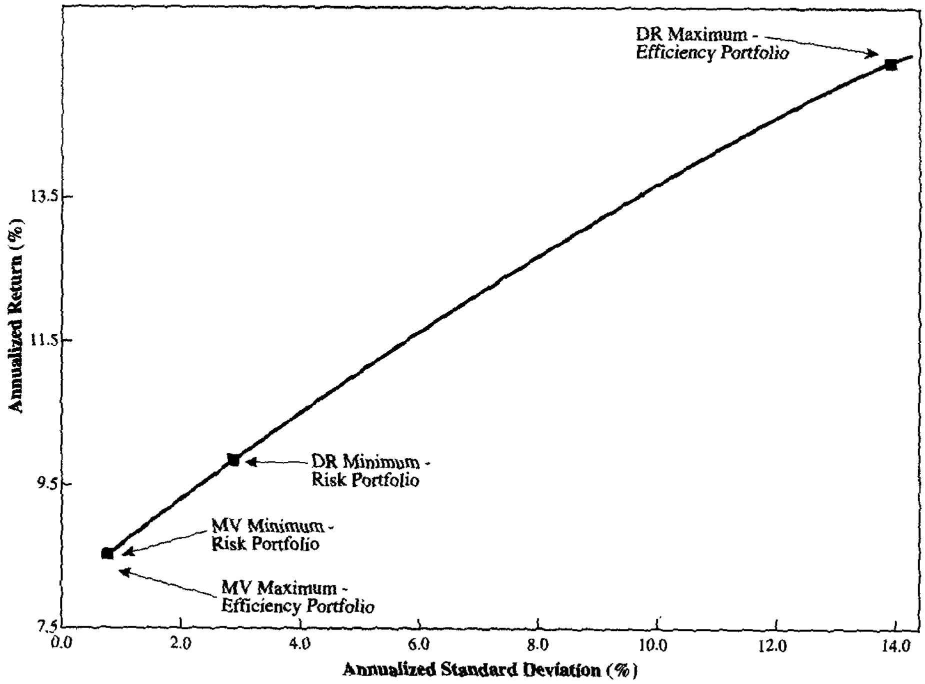
投資戦略のなかに，判断が重要な要素として入り込む以上のような場合だけでなく，複数ある投資戦略をどのような組み合わせで活用するかを決める場合にも判断が重要になってくる。

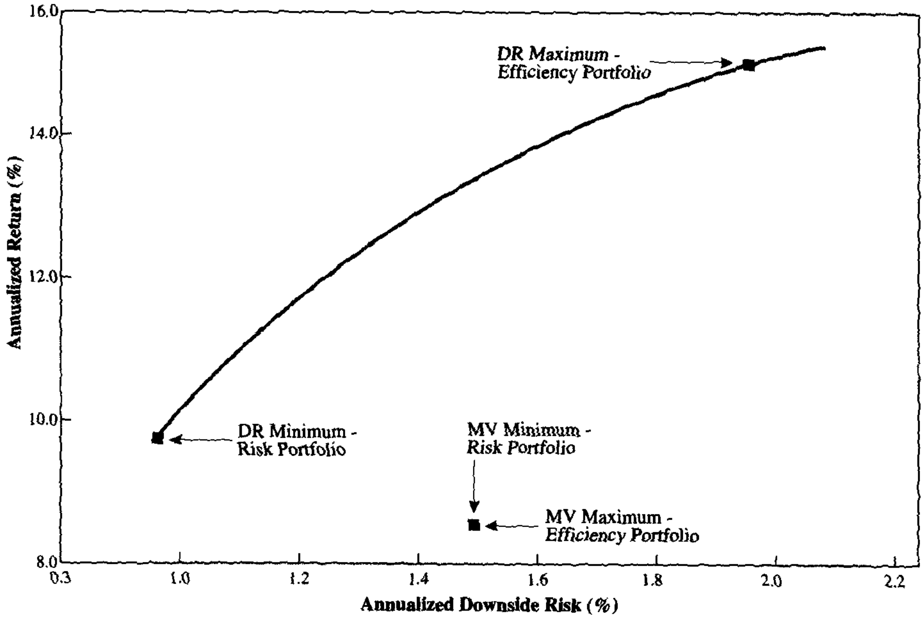
伝統的なMVポートフォリオ戦略が作る有効フロンティアの位置は主として銘柄の収益率間の相関関係が決める。それでは，複数の投資戦略が作る有効フロンティアとはどのようなものであろうか。

１つ１つの投資技術はそれぞれ異なったポートフォリオｘを最適解として提示する。同じ最適

図１．３次元平面上の有効フロンティアの例

（保有期間５年，目標収益率１０％）





DR = Downside Risk ; MV = Mean - Variance.

ポートフォリオを提示する２つ以上の投資技術が仮にあったとするならば，対コスト効率性などの何らかの他の基準からただ１つの技術を選べばよい。それゆえ，現存するＫ種類の効率的な投資技術はＫ個のポートフォリオに対応している。そして，それらは証券の収益率分布を与えられたものとしてMV平面上のＫ個の点に対応している。

それゆえ，複数の投資技術が作り出す有効フロンティアは，構成銘柄の収益率相関係数だけでなく，ポートフォリオの構成に表れる投資技術の特性（くせ）にも依存する。それから，当然のことながら，選んだ投資技法への資金投入比率も重要な決定因になる。この最後の点が投資モデル開発プロジェクトの構成比に相当している。

一般的に厳密に証明するのは困難だが，ポートフォリオの構成要素が全て非負になる投資技法群が作り出す有効フロンティアは，そうでないものと比較して，左上方のふくらみが小さく，劣位である。

６．まとめ

ジャッジメンタル・アクティブやジャッジメンタル・クオンツが活用されるのは，完璧な投資理論が完成する前の過渡的な現象にすぎないのかもしれないが，投資技術進歩の長い歴史過程からみれば通過しなければならない必然的なポイントなのだろう。

ダウンサイド・リスクの概念とそれを最小化するポートフォリオ戦略は，投資の世界と金融論にさらに新しい視点を導き入れることが予想できる。

[注]

1）フォーミュラ運用とは，等金額投資法やドル・コスト法とも呼ばれ，一定数（例えば50）の銘柄とリバランス期間（例えば１ヵ月毎）を決め，毎期それらに金額で一定比率（例えば，各銘柄を銘柄数分の１ずつ保有する）投資する。値下がりすれば，その保有株数は増え（逆は逆），安い時に買い，高くなれば売るため，投資の基本原則に忠実である。しかしながら，どんどん値下がりして，最後は倒産してしまう銘柄を選んでしまえば，そんな銘柄を買い増していくことになるので，結末は悲劇である。

2）シャープ教授が考案したCPPI（一定比率ポートフォリオ・インシュランス，constant proportion portfolio insurance）戦略は株式への投資額＝α（総資産額－フロア）で組成される。資産には，株式以外に，短期金融商品のような無リスク証券が含まれる。αとフロアは投資家が設定するパラメターである。総資産額がフロアを割れれば，もうリスクを取れないので，株式保有額を減らし短期金融商品を増やすことになる。このような投資戦略を何期かとって，達成した総資産額の分布を描けばフロアより低いところでの頻度は極めて小さく（ゼロに）なる。

3）伝統的なポートフォリオ理論では，個別リスク証券のリスクをその収益率分布の標準偏差で定義した。それを正統化することは可能である（例えば辰巳［９，15－16頁］参照）が，実際の価格の動きはそこで想定される程速くない。それゆえ，ダウンサイド・リスクが妥当する場合の方が多いと著者は判断している。

付録　トランケーティド正規分布のモーメントの計算

ϕ と Φ をそれぞれ標準正規分布の密度関数と累積密度関数とすると，次の２式が成り立つ。

$$\Phi(y)=\int_{-\infty}^{y}\frac{1}{(2\pi)^{1/2}}\exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right)du$$

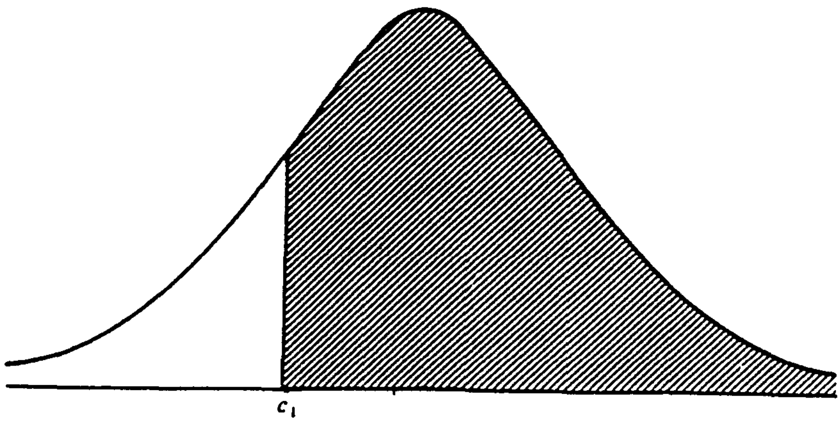
$$\phi(y)=\frac{d\Phi(y)}{dy}=\frac{1}{(2\pi)^{1/2}}\exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right)$$

確率変数 X がＮ(０，１）に従がうとして，$X\geqq c_1$ のトランケーティド分布の平均と分散は次の２式で与えられる。

$$E(X)=\frac{\phi(c_1)}{1-\Phi(c_1)}=\frac{X=c_1\text{における縦座標}}{\text{右側の面積}}$$

$$V(X)=1-E(X)(E(X)-c_1)$$

図２　標準正規分布と下からトランケートした場合の図



平均ゼロ，分散が１で相関係数が ρ の次のような２変量標準正規分布

$$f(x,y,\rho)=\frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{1/2}}\exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(x^2-2\rho xy+y^2)\right]$$

のトランケーティド分布

$$F(h,k,\rho)=\mathrm{Prob}(x\geqq h,\ y\geqq k)$$

についてはどうであろうか。次のように変数を定義すると

$$m_{ij}=E(x^i y^j \mid x \geqq h, y \geqq k)$$

$$h^*=\frac{h-\rho k}{(1-\rho^2)^{1/2}}$$

$$k^*=\frac{k-\rho h}{(1-\rho^2)^{1/2}}$$

$$Z=(h^2-2\rho hk+k^2)^{1/2}/(1-\rho^2)^{1/2}$$

以下のような式が成り立つことが知られている。

$$Fm_{10}=\phi(h)[1-\Phi(k^*)]+\rho\,\phi(k)[1-\Phi(h^*)]$$
$$Fm_{20}=F+h\phi(h)[1-\Phi(k^*)]+\rho^2 k\phi(k)[1-\Phi(h^*)]+\frac{\rho(1-\rho^2)^{1/2}}{(2\pi)^{1/2}}\phi(Z)$$

m_{01}とm_{02}はhとkを交換すれば与えられる。また相関係数は次で与えられる。

$$Fm_{11}=F\rho+\rho h\phi(h)[1-\Phi(k^*)]+\rho k\phi(k)[1-\Phi(h^*)]+\frac{(1-\rho^2)^{1/2}}{(2\pi)^{1/2}}\phi(Z)$$

[参考文献]

[1] Fishburn, P.C., " Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Variance," *American Economic Review,* March 1977.

[2] Harlow, W.V., " Asset Allocation in a Downside Risk Framework," *Financial Analysts Journal,* September-October 1991.

[3] Libowitz, M.L.and T.C.Langetieg, " Shortfall Risks and the Asset Allocation Decision," *Journal of Portfolio Management,* Fall 1989.

[4] Lewis, A.L., " Semivariance and the Performance of Portfolios with Options," *Financial Analysts Journal,* July-August 1990.

[5] Sortino, Frank, and Robert V.D.Meer, " Downside Risk: Capturing What's at Stake," *Journal of Portfolio Management,* Summer 1991.

[6] 辰巳憲一「最新投資戦略解剖」『週刊ダイヤモンド』1994年9月10日～10月1日。

[7] 辰巳憲一『ゼミナール　デリバティブと新金融商品のための数学－基本と応用』東洋経済新報社，1995年12月。

[8] 辰巳憲一『アナリストのための証券分析とポートフォリオ・マネジメント』有斐閣，1991年。