# 『国際的な視点からみた資産配分（Global Asset Allocation）について』

学習院大学　辰　巳　憲　一

## 第1節　本研究のねらい

本研究は，前半のグローバル証券投資戦略と後半のグローバル資産配分の研究の2部からなる。前半部では通貨表示の違う多数のリスク証券を，為替リスクを避けるだけでなく，為替差益もえながら，最適に保有するモデルを展開する。モデルをワークさせる際の変数加工の仕方，最適化計画法（正確には2次計画法）などのコンピュータ・ソフトに乗せる方法なども詳述する。

後半のグローバル資産配分は，証券だけではなく，一般の資産までを含めた広い視野からこのテクニックを拡張する。モデルの変数の数を単に（資産の数）×（通貨の数）にするのではない。アセットクラスとしての資産でまず第1段階の最適化を行ない，第2段階の最適化を通貨と個別資産に関して行なう，（資産の数）＋（資産の数）×（通貨の数）が変数の数になるモデルを展開する。そうすることによって，アセット・アロケーション戦略の好ましい特徴を持った投資技法を確立し，様々な投資規制を比較的容易に最適化モデルに組み込めるようになる。

2つの節の数式番号については，各節独立にナンバリングし，続けなかった。しかしながら，参考文献については巻末に掲げ，各節共通番号にした。

## 第2節　1つのグローバル証券投資戦略について

### 2-1．はじめに

現地通貨建リターンと通貨エクスポージャーからもたらされるリターンを区別してもグローバルな証券投資戦略が組めるとするLee [8] などの研究に対して，Karnosky-Singer-Taylor [6]（以下KSTと略）は，両者は相互に完全に独立した戦略として扱うべきではないことを示そうと試みた。同時に，KSTはより高いパフォーマンスが見込めると主張するグローバル証券投資戦略を提案している。本節では，彼らのモデルにリスク要因を導入して，より一般的な視点からグローバル証券投資戦略を定式化してみよう。

ちなみに，KSTが試みた第1の問題は別の方法によって示すことが可能である。辰巳 [9，第3章] が展開したように，邦貨建収益率の期待値，分散･共分散計算を正確に行ない，2次計画法形式でグローバル証券投資戦略を定式化すれば良いのである。Lee [8] のような主張が出来るのは，極めて厳しい仮定の下においてのみである。それゆえ，KSTの研究の意義は，もっぱら，新しいグローバル証券投資戦略の提案である。そのパフォーマンスを知るためにも，より一般的な定式化を試みる必要があろう。

## 2-2. グローバル証券投資戦略の定式化

### 2-1-1. 邦貨建収益率の分解

現地通貨建リスク証券収益率を $R_i$，第 j 国通貨で表わした第 i 国の為替レート変化率を $E_{ji}$ としよう。邦貨建第 i 国証券の収益率 $R_{ji}$ は

$$R_{ji} = (1+R_i)(1+E_{ji})-1 \quad ①$$

となる。ここで，第 j 国が自国であるとする。右辺の −1 を左辺に移項し，右辺に $1+r_i = 1+$現地通貨建無リスク証券利子率 を分子と分母に乗じると次のようになる。

$$1+R_{ji} = \frac{1+R_i}{1+r_i}\cdot(1+r_i)(1+E_{ji}) \quad ②$$

両辺に自然対数をとると，さらに

$$\ln(1+R_{ji}) = \{\ln(1+R_i)-\ln(1+r_i)\}+\{\ln(1+r_i)+\ln(1+E_{ji})\} \quad ③$$

となる。

### 2-2-2. 連続複利収益率計算に含まれる近似について

(1) ln(1+収益率) は必らずしも収益率ではない。

$\ln(1+R_i)$，あるいは同じことだが，配当・クーポンを適切に組み入れた価格指数 $P_t$ から計算される，$\ln(P_t/P_{t-1})$ が収益率として用いられることが多い。そうすることの最大のメリットは，国際証券投資や複利計算などにおいて頻繁に出てくる (1+収益率) のかけ算が単純な足し算になり，操作が簡単になるところにあろう。

しかしながら，その際

$$\ln(1+R_i) \fallingdotseq R_i \quad ④$$

と仮定されてしまいがちである。なぜなら，$\ln(1+R_i)$ にこの資産への投資比率を乗じ，すべての資産に関してこれらを合計し，ポートフォリオの収益率として，オプティマイザーを使う時の目的関数にされるからである。$\ln(1+R_i)$ を $R_i$ の関数としてグラフを描けば自明のように，近似式④が成り立つのは $R_i$ が 0 に極めて近い時だけである。それゆえ，年次データよりは値動きが小さくなる日次データの方が④式のような近似が妥当するケースが多くなる。

(2) 連続複利収益率の場合

日次収益率を $R_1, R_2, \cdots, R_{245}$ (1990 年の東証営業日数は 245 日) としよう。日次当り連続複利収益率 R の厳密な定義式は

$$R = \sqrt[245]{(1+R_1)(1+R_2)\cdots(1+R_{245})}-1 \quad ⑤$$

となる。これを単利収益率

$$\frac{\sum_{t=1}^{245} R_t}{245} \quad ⑥$$

で近似させると，誤差は極めて大きくなろう。他方，次のような方法で計算しても誤差はある。

$$\frac{\sum_{t=1}^{245} \ln(1+R_t)}{245} \qquad ⑦$$

なぜなら，⑦式は

$$\frac{1}{245}\ln(1+R_1)(1+R_2)\cdots(1+R_{245}) = \ln\{(1+R_1)(1+R_2)\cdots(1+R_{245})\}^{1/245}$$
$$= \ln(1+R) \qquad ⑧$$

となり，しかも最後の式に近似式④を適用してようやくRになるからである。

⑧式の値が例えば $-48.444\%$（すなわち $-0.48444$）ならば連続複利収益率Rは

$$R = e^{-0.4844} - 1$$

で求めるべきことになる。つまり，④式ではなく，恒常式の

$$R \equiv e^{\ln(1+R)} - 1 \qquad ⑨$$

を用いるべきである。

2-2-3．邦貨建収益率の解釈

今後，変数Xに1をたして自然対数をとった関数 $\ln(1+X)$ を，新たにXと呼ぶことにしたい。前小節で示したように，⑨式を忘れなければ，これは近似ではない。その結果③式は

$$R_{ji} = (R_i - r_i) + (r_i + E_{ji}) \qquad ⑩$$

となる。邦貨建第i国リスク証券投資収益率は2つに分解される。第2項は邦貨建第i国無リスク証券投資収益率，つまり第j国通貨で表わした第i国無リスクレートである。

各国リスク証券固有のリスク・プレミアムを $RP_i$ とすると，⑩式右辺第1項は

$$\begin{aligned} R_i - r_i &= RP_i \\ R_j - r_j &= RP_j \end{aligned} \qquad ⑪$$

などとなる。

第i国リスク証券を $x_i$，同無リスク証券を $y_i$ だけ保有するポートフォリオの収益率は

$$x_i R_{ji} + y_i(r_i + E_{ji}) \qquad ⑫$$

となる。⑩式を代入して整理すると

$$x_i(R_i - r_i) + (x_i + y_i)(r_i + E_{ji}) \qquad ⑫$$

となる。$h_i \equiv x_i + y_i$ とおき，$\sum_i$ をiに関して総和するものとして，

$$\begin{aligned} \textstyle\sum_i x_i &= 1 \\ \textstyle\sum_i h_i &= \textstyle\sum_i (x_i + y_i) = 1 \end{aligned} \qquad ⑬$$

と仮定してみよう。⑬式の下で⑫式は，あたかもリスク証券と無リスク証券の収益率がそれぞれ（$R_i-r_i$）と（$r_i+E_{ji}$）で，ポートフォリオの投資比率がそれぞれ $x_i$ と $h_i$ であるかのような形になっている。次小節以下では，このように想定して，投資モデルを展開していこう。

ところが，制約式⑬は

$$\begin{aligned}\textstyle\sum_i x_i &= 1\\ \textstyle\sum_i y_i &= 0\end{aligned} \qquad ⑭$$

と同じなので，無リスク証券の保有比率 $y_i$ の合計は実際上ゼロになっている。それゆえ，以下で考察するグローバル投資モデルは，株式ポートフォリオ$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$のパフォーマンスを向上させるために，外貨建債券投資（$y_1, y_2, \cdots, y_n$）を同時に行なうが，その投資比率の合計は常にゼロとしておく $\sum_i y_i = 0$ ようなタイプである。外貨建債券の空売りは実際上行なえないため，各国国債先物の売りがそれに代えられる。

### 2-3．最適化問題の定式化

第 i 国無リスク証券への投資比率を $h_i$，第 i 国リスク証券への投資比率を $x_i$ とし，これらの決定をそれぞれ邦貨建無リスク証券収益率（$r_i+E_{ji}$）の分布と現地通貨建のリスクプレミアム（$R_i-r_i$）の分布に応じて2パラメターで行なうとしよう。

(1) n 国モデル

第 j 国の投資家からみた最適化問題は

$$R_j = \sum_{i=1}^{n} h_i(r_i+E_{ji}) + \sum_{i=1}^{n} x_i(R_i-r_i) \qquad ⑮$$

の期待値を一定 $\mu$ にして，その分散を，

$$\sum_{i=1}^{n} h_i = 1 \qquad ⑯$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad ⑰$$

の下で最小化することになる。自国を第1国として，変数の定義を行列，ベクトルで表わすと次のようになる。E( ・ ) は・の期待値を表わす。

$$X \equiv \begin{pmatrix} h_1\\ h_2\\ \vdots\\ h_n\\ x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n \end{pmatrix},\quad E \equiv \begin{pmatrix} r_1\\ r_2+E(E_{12})\\ \vdots\\ r_n+E(E_{1n})\\ E(R_1)-r_1\\ E(R_2)-r_2\\ \vdots\\ E(R_n)-r_n \end{pmatrix},\quad K \equiv \begin{pmatrix} 1\\ 1\\ \vdots\\ 1\\ 0\\ \vdots\\ 0 \end{pmatrix},\quad L \equiv \begin{pmatrix} 0\\ \vdots\\ 0\\ 1\\ \vdots\\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix}0\\ \vdots\\ 0\end{matrix}}\right\} n\\ \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\ \vdots\\ 1\end{matrix}}\right\} n \end{matrix}$$

$$V \equiv \underbrace{\left(\begin{array}{c:c} \begin{matrix}\mathrm{Cov}(E_{1i}, E_{1j}) \\ i, j = 1, 2, \cdots, n\end{matrix} & \begin{matrix}\mathrm{Cov}(E_{1i}, R_j) \\ i, j = 1, 2, \cdots, n\end{matrix} \\ \hdashline \text{右上の転置} & \begin{matrix}\mathrm{Cov}(R_i, R_j) \\ i, j = 1, 2, \cdots, n\end{matrix} \end{array}\right)}_{n \qquad\qquad n} \begin{matrix}\}\, n \\ \}\, n\end{matrix}$$

最適化問題は次のように表わせる。

$$\underset{X}{\mathrm{Min}} \quad X'VX \qquad ⑱$$

$$\text{subject to} \quad X'E = \mu \qquad ⑲$$

$$X'K = 1 \qquad ⑳$$

$$X'L = 1 \qquad ㉑$$

ちなみに，3本の制約式⑲⑳㉑はもっと簡単に，

$$X'(E, K, L) = (\mu, 1, 1) \qquad ㉒$$

で表わせる。

(2)　コンピュータに乗せるための定式化

⑱式の定式化のままでは，$E_{11} = 0$ であるため，$\mathrm{Cov}(R_i, E_{11}) = 0$，$\mathrm{Cov}(E_{1i}, E_{11}) = \mathrm{Cov}(E_{11}, E_{1i}) = 0$ となり，V は逆行列をもたない。そこで変数の定義を以下のように変更しよう。

$$x \equiv \begin{pmatrix} h_2 \\ h_3 \\ \vdots \\ h_n \\ \hdashline x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}\begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\\1\end{matrix}}\right\} n-1 \\ \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\\1\end{matrix}}\right\} n \end{matrix}, \quad e \equiv \begin{pmatrix} r_2 + E(E_{12}) \\ r_3 + E(E_{13}) \\ \vdots \\ r_n + E(E_{1n}) \\ \hdashline E(R_1) - r_1 \\ E(R_2) - r_2 \\ \vdots \\ E(R_n) - r_n \end{pmatrix}\begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\\1\end{matrix}}\right\} n-1 \\ \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\\1\end{matrix}}\right\} n \end{matrix}, \quad k \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \hdashline 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}\begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\\1\end{matrix}}\right\} n-1 \\ \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\\1\end{matrix}}\right\} n \end{matrix}, \quad l \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \hdashline 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}\begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\\1\end{matrix}}\right\} n-1 \\ \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\\1\end{matrix}}\right\} n \end{matrix}$$

$$v \equiv \begin{array}{c} \left(\begin{array}{c:c} \begin{array}{l} Cov(E_{1i}, E_{1j}) \\ i, j = 2, 3, \cdots, n \end{array} & \begin{array}{l} Cov(E_{1i}, R_j) \\ j = 1, 2, \cdots, n \\ i = 2, 3, \cdots, n \end{array} \\ \hdashline \text{右上の転置} & \begin{array}{l} Cov(R_i, R_j) \\ i, j = 1, 2, \cdots, n \end{array} \end{array}\right) \begin{array}{l} \} \; n-1 \\ \} \; n \end{array} \\ \begin{array}{cc} \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{n-1} & \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{n} \end{array} \end{array}$$

制約式⑲㉑は，新しい定義を用いると，次のようになる。

$$x'e = \mu - r_1 h_1 \qquad ㉓$$

$$x'l = 1 - h_1 \qquad ㉔$$

㉓，㉔式から $h_1$ を消去すると $x'e = \mu + r_1(x'l - 1)$ となる。それゆえ，最適化問題は次のように再定式化できる。

$$\underset{x}{Min} \quad x'vx \qquad ㉕$$

$$\text{subject to} \quad x'(e - r_1 l) = \mu - r_1 \qquad ㉖$$

$$x'k = 1 \qquad ㉗$$

(3) 2国モデル

J = Japan，A = USA の2国しかない場合の例を示しておこう。変数は次のようになる。

$$x \equiv \begin{pmatrix} h_A \\ x_J \\ x_A \end{pmatrix}, \quad e \equiv \begin{pmatrix} r_A + E(E_{JA}) \\ E(R_J) - r_J \\ E(R_A) - r_A \end{pmatrix}, \quad k \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad l \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v \equiv \left(\begin{array}{l:ll} Var(E_{JA}) & Cov(E_{JA}, R_J) & Cov(E_{JA}, R_A) \\ \hdashline Cov(R_J, E_{JA}) & Var(R_J) & Cov(R_J, R_A) \\ Cov(R_A, E_{JA}) & Cov(R_A, R_J) & Var(R_A) \end{array}\right)$$

そして，最適化問題は次のようになる。

$$\underset{x}{Min} \quad x'vx$$

$$\text{subject to} \quad x'(e - r_J l) = \mu - r_J$$

$$x'k = 1$$

2つの制約式は

$$x'(e-r_J l, k) = (\mu - r_J, l)$$

とも表わせる。

## 第3節　グローバル2段階アセット・アロケーション（Global 2SAA）について

### 3-1．はじめに

前節のグローバル証券投資戦略では，株式というアセットクラスと債券というアセットクラス間の資金配分を最適に決めるという視点はなかった。本節ではこのようなグローバル・アセット・アロケーションを，前節での分析結果をとり入れながら，株式と債券だけでなく，すべての資産を考慮するもっと広い視野から展開してみたい。その仕組みは表題の通り，グローバルなアセット・アロケーションを2段階（Global 2 Step Asset Allocation）で行なう。

### 3-2．2段階最適化

第1段階は資産を，国内外を含めて，債券・預貯金（$A_1$），株式（$A_2$），貸付（$A_3$），不動産（$A_4$），その他資産（$A_5$）に分ける。これらのグローバルなアセットクラス分類は，投資家の属する業態によって違ってもよいし，投資の目的によって，価格・収益率指数の存在の有無によって，適宜変えればよい。資産合計をAとすると

$$A_1 + A_2 + \cdots + A_3 = A \qquad ①$$

となる。また，アセットクラス比率を

$$a_i = \frac{A_i}{A}, \quad i = 1, 2, \cdots, 5 \qquad ②$$

とし，$a_i$ からなる縦ベクトルを a，1からなる縦ベクトルを e とすると①式は

$$a'e = 1 \qquad ③$$

と表わすこともできる。

各資産の収益率 $R_1, R_2, \cdots, R_5$ を表1の通りとし，その期待値ベクトルを E，分散・共分散行列を V としよう。第1段階の最適化問題は，③を満たすポートフォリオ a の期待収益率 a'E を一定 $\mu$ に保ち，ポートフォリオの分散を最小にする。つまり，

$$\min_{(a)} \quad a'Va$$

$$\text{subject to} \quad a'e = 1 \qquad ③$$

$$a'E = \mu \qquad ④$$

第2段階のアセット・アロケーションは各アセット・クラスを通貨別に分け，$a_1, a_2, \cdots, a_5$，ただし $\sum_{i=1}^{5} a_i = 1$，を与えられたものとして問題をたてる。仮にそれらを，日本円，米ドル，英ポンド，独マルク，仏フラン，伊リラの6分類と想定しておこう。これらも，業態や投資目的に応じて，変えればよい。$A_{ij}$ をア

セットクラスがｉで通貨建てがｊによる資産の邦貨建保有額とすると

$$\left.\begin{matrix} A_{11}+A_{12}+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots+A_{16}=A_1 \\ \vdots \\ A_{i1}+A_{i2}+\cdots+A_{ij}+\cdots+A_{i6}=A_i \\ \vdots \\ A_{51}+A_{52}+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots+A_{56}=A_5 \end{matrix}\right\} \qquad ⑤$$

が成立する。

$$a_{ij} \equiv \frac{A_{ij}}{A} \qquad ⑥$$

とおき，③式の定義を用いると⑤式は

$$a_{i1}+a_{i2}+\cdots+a_{ij}+\cdots+a_{i6}=a_i$$

あるいは

$$\sum_{j=1}^{6} a_{ij}=a_i,\ \ i=1,2,\cdots,5 \qquad ⑦$$

となる。さらに次のように定義しよう。

$$X \equiv \begin{pmatrix} a_{11}\\ a_{12}\\ \vdots\\ a_{16}\\ a_{21}\\ \vdots\\ a_{56} \end{pmatrix},\quad K_1 \equiv \begin{pmatrix} \left.\begin{matrix}1\\ \vdots\\ 1\end{matrix}\right\}6 \\ \left.\begin{matrix}0\\ \vdots\\ 0\end{matrix}\right\}24 \end{pmatrix}\ \cdots,\quad K_i \equiv \begin{pmatrix} \left.\begin{matrix}0\\ \vdots\\ 0\end{matrix}\right\}(6\times(i-1)) \\ \left.\begin{matrix}1\\ \vdots\\ 1\end{matrix}\right\}6 \\ \left.\begin{matrix}0\\ \vdots\\ 0\end{matrix}\right\}6(5-i) \end{pmatrix}\ \cdots,\quad K_5 \equiv \begin{pmatrix} \left.\begin{matrix}0\\ \vdots\\ 0\end{matrix}\right\}24 \\ \left.\begin{matrix}1\\ \vdots\\ 1\end{matrix}\right\}6 \end{pmatrix}$$

$$K \equiv (K_1, K_2, \cdots, K_5) \qquad ⑧$$

そうすると，⑦式は次のようにベクトルを用いて表わせる。

$$\begin{aligned} X'K_1 &= a_1 \\ X'K_2 &= a_2 \\ &\vdots \\ X'K_i &= a_i \\ &\vdots \\ X'K_5 &= a_5 \end{aligned}$$

表1　2SAAの第1段階で必要な価格・収益率指数

| | |
|---|---|
| $A_1$ | $R_1 \equiv$ 世界株価指数（含日本，円建て）から計算した収益率（含配当）。時価総額加重型指数が望ましい。Morgan Stanley CI などがある。 |
| $A_2$ | $R_2 \equiv$ 世界債券価格指数（含日本，円建て）から計算した収益率。時価総額加重型指数が望ましい。Salomon Brothers 社指数から。 |
| $A_3$ | $R_3 \equiv$ 貸出約定平均金利（or 新長期プライムレート）×国内貸付比率＋海外貸出金利×海外貸付比率。 |
| $A_4$ | $R_4 \equiv$ 不動産価格指数から $R_3$ のような計算をした収益率。 |
| $A_5$ | $R_5 \equiv$ その他 |

これらを行列・ベクトルで表わすと次の⑨式のようになる。

$$X'K = a' \qquad ⑨$$

以上の⑦式や⑨式の制約の下で，期待値がある一定値 $\mu$ をとり，分散を最小化するように $a_{ij}$ を決めるのが第2段階の最適化問題になる。第2節の問題を例にとりあげ，第2段階として解く場合を例示することにしよう。

第2節では異なった記号を用いていたため，本3節と合わせるには，まず $a_{1j} = h_j$, $a_{2j} = x_j$, $n = 6$ とおき，X, E, K, L, V の定義を前節の2-3の(1)と同じに考えておかねばならない。前節⑱～㉑式の最適化問題は本節の第2段階最適化では

$$\min_{X} \; X'VX \qquad ⑩$$

$$\text{subject to} \quad X'E = \mu \qquad ⑪$$

$$X'K = a_1 \qquad ⑫$$

$$X'L = a_2 \qquad ⑬$$

となる。⑫，⑬式の制約式は⑨式の特殊ケースになる。それらの左辺合計が1ではなく，それぞれ $a_1$, $a_2$（ただし $a_1 + a_2 = 1$）になるのが前節と異なるところである。

### 3-3．投資規制の定式化

様々なタイプの投資規制が前小節3-2の第2段階最適化問題のなかで，どのように定式化できるか，みておこう。

まず，日本株への投資比率を総資産の30％に限らなければならない規制は

$$A_{21} \leqq 0.3A$$

のように表わされる。これは⑥式を用いると

$$a_{21} \leqq 0.3 \qquad ⑭$$

となる。安全資産を総資産の50％以上とする規制 $A_{11} \geqq 0.5A$ も，同様に $a_{ij}$ の単純な制約式になり，

$$a_{11} \geqq 0.5 \qquad ⑮$$

で表わされる。

国内株式が株式全体の30％以内に限られ，株式に付随するリスクと為替リスクを同時に過度にとるミスを避けさせる投資規制は不等式で表わすと

$$A_{21} \leqq 0.3A_2$$

となる。定義式②と⑥を用いると

$$a_{21} \leqq 0.3a_2 \qquad ⑯$$

となる。第1段階最適化で既に $a_2$ が決められているなら⑯式は単一変数 $a_{21}$ に関する単純な不等式となる。

外貨建資産が総資産の30％に限られる投資規制は

$$(A_1 - A_{11}) + (A_2 - A_{21}) + \cdots + (A_5 - A_{51}) \leqq 0.3A$$

と表わされる。両辺をAで割ると次のようになる。

$$\frac{A_1}{A}\left(1-\frac{A_{11}}{A_1}\right)+\frac{A_2}{A}\left(1-\frac{A_{21}}{A_2}\right)+\cdots \leqq 0.3$$

定義式②と⑥を用いれば

$$a_1\left(1-\frac{a_{11}}{a_1}\right)+a_2\left(1-\frac{a_{21}}{a_2}\right)+\cdots \leqq 0.3 \qquad ⑰$$

意思決定の第1段階で，$a_1, a_2, \cdots$ が既に決められているのなら，⑰式は $a_{i1}$ $(i = 1, 2 \cdots)$ だけの線形不等式である。

### 3-4. 2段階で意思決定をする理由

理論的には，最適化をわざわざ2段階に分ける必然性はなかった。まず $a_i$ を決めなくても，$a_{ij}$ を決めれば $\sum_{i=1}^{6} a_{ij}$ から $a_i$ が決まるからである。数式で確認しておこう。

第1のアセットクラスは債券·預貯金であり，通貨分類においては前2節同様第1国が日本だとして，⑧式の定義に次の定義を追加しておこう。

$$E \equiv \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 + E(E_{12}) \\ \vdots \\ r_5 + E(E_{15}) \end{pmatrix} \qquad ⑱$$

$$\begin{pmatrix} E(R_{21})-r_1 \\ E(R_{22})-r_2 \\ \vdots \\ E(R_{25})-r_5 \\ E(R_{31})-r_1 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$V \equiv \left(\begin{array}{l|lcl} \begin{array}{l}Cov(E_{1i}, E_{1j}) \\ i, j = 1, 2, \cdots, 6 \\ \ \end{array} & \begin{array}{l}Cov(E_{1i}, R_{1j}) \\ i = 1, 2, \cdots, 6 \\ j = 1, 2, \cdots, 5\end{array} & \cdots\cdots & \begin{array}{l}Cov(E_{1i}, R_{5j}) \\ i = 1, 2, \cdots, 6 \\ j = 1, 2, \cdots, 5\end{array} \\ \hline \begin{array}{l}Cov(R_{1i}, E_{1j}) \\ i = 1, 2, \cdots, 5 \\ j = 1, 2, \cdots, 6\end{array} & \begin{array}{l}Cov(R_{1i}, R_{1j}) \\ i, j = 1, 2, \cdots, 5 \\ \ \end{array} & \cdots\cdots & \begin{array}{l}Cov(R_{1i}, R_{5j}) \\ i, j = 1, 2, \cdots, 5 \\ \ \end{array} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \begin{array}{l}Cov(R_{5i}, E_{1j}) \\ i = 1, 2, \cdots, 5 \\ j = 1, 2, \cdots, 6\end{array} & \begin{array}{l}Cov(R_{5i}, R_{1i}) \\ i, j = 1, 2, \cdots, 5 \\ \ \end{array} & \cdots\cdots & \begin{array}{l}Cov(R_{5i}, R_{5j}) \\ i, j = 1, 2, \cdots, 5 \\ \ \end{array} \end{array}\right) \quad ⑲$$

さて，以上の定義の下で，アセット・アロケーション問題は次のようになる。まず，右側から e をかけ，制約式③を用いると，⑨式は

$$X'Ke = 1 \quad ⑳$$

となる。これがふつうの予算制約式になるわけである。最適化問題は，⑱，⑲式の記号 E，V を用いて，

$$X'E = \mu$$

と⑳式の下で

$$\underset{X}{\mathrm{Max}} \quad X'VX$$

となる。

それでは最適化の意思決定を 2 段階に分ける理由は何なのだろうか。さしあたり，2 つの理由が考えられる。貸付や不動産のように，収益率データの精度が低く，しかも外国通貨建て保有が極めて少ないアセットクラスがある。このようなクラスへの通貨建てに基づくアセット・アロケーションをそうでないクラスと同時に行なうのは効率的でなかろう。データの精度が高く，しかも緊急度がある，サブセットのアセットクラスのなかで第 2 段階の最適化をすれば，資産全体のバランスを維持した，アセット・ア

ロケーションが出来るわけである。

資産項目が数百にも及ぶ場合，各資産への資金配分は本小節3-4のように解いていたのではスピーディになしえない。また，制約式も複雑になる。例えば，⑯式のような投資規制は $a_{ij}$ だけで表わすと

$$a_{21} \leqq 0.3(a_{21}+a_{22}+\cdots+a_{26})$$

となり，⑰式もまた

$$(a_{12}+a_{13}+\cdots)+(a_{22}+a_{23}+\cdots)+(a_{32}+a_{33}+\cdots)+\cdots \leqq 0.3$$

となるからである。それゆえ，2SAA のメリットはある。

### 3-5. 2SAA の利点——おわりに代えて

グローバル2SAA は，次のような利点をもっている。

(1) アセット・アロケーション戦略として，辰巳 [11] で説明したような様々な好ましい特徴をもっている。

(2) 為替リスクのヘッジをねらうと同時に，為替差益の機会は逃がさない。この点は詳しく説明できなかったが，辰巳 [9] の 3 章を参照のこと。

(3) 生保など機関投資家に対する投資規制を例えば月毎にクリアするよう条件を効率的に付けることができる。

*）本研究は学習院大学経済経営研究所平成 6 年度研究プロジェクトの一環である。同プロジェクトには前田実氏（前大蔵省財政金融研究所研究官，現野村證券）が共同研究者として参加された。著者は，これまで何回か共同論文を著した前田氏に対して，今回もいくつかの点で貢献していただき，感謝したい。

**【参考文献】**

[1] 青山　護「アセット・アロケーション：理論と実際」『証券アナリスト・ジャーナル』1989 年 8 月，pp. 32-43.

[2] Arnott, R.D. and Fabozzi, F.J., *Asset Allocation—A Handbook of Portfolio Policies, Strategies & Tactics*, Probus 1988.（大石圭太/加藤左千夫訳『アセット・アロケーション　基礎理論から最新技法まで』東洋経済新報社，1991 年.

[3] Envine, J. and Henriksson, R., "Asset Allocation and Options," *Journal of Portfolio Management*, Fall 1987, pp. 56-61.

[4] Fouse, W.L., *Allocating Assets Across Country Markets In A Manner Consistent with Classical Value, Modern Capital Market, and Modern Portfolio Theories*, April, 1991.

[5] Kritzman, M.P., *Asset Allocation for Institutional Portfolios*, Irwin, 1990.

[6] Karnosky, D.S., Singer, B.D. and Taylor, J.G.,「グローバルな通貨管理のための一般的フレームワーク」『証券アナリスト・ジャーナル』1991 年 3 月，pp. 42-51.

[7] Lazzara, C.J. and Weiss, R.A.,「戦術的グローバル・アセット・アロケーション」『証券アナリスト・ジャーナル』1990 年 9 月，pp. 19-28.

[8] Lee. A.F., "International Asset and Currency Allocation," *Journal of Portfolio Management*, Fall 1987, pp. 68-73.

[9] 辰巳憲一『国際企業金融論』東洋経済新報社，1990 年。

[10] 辰巳憲一『証券分析とポートフォリオ・マネジメント』有斐閣，1991 年.

[11] 辰巳憲一「TAA（戦術的資産配分）について」『学習院大学　経済論集』1993 年 3 月，pp. 107-120.

[12] 豊田一穂「債券ポートフォリオのベンチマーク・マネジメント」『証券アナリスト・ジャーナル』1991 年 1 月，pp. 27-36.